Matematicamente.it

Fisica C3

Elettromagnetismo, Relatività e Quanti



EDUCATIONALAB

ISBN 9788896354407

Fisica C3

Magnetismo, Relatività, Quantistica, Radioattività

Autori
Prima stesura: Massimo Macchioro
Revisione e integrazioni: Annarita Lorenzo
Coordinamento editoriale: Antonio Bernardo
Immagini realizzate da Ginger Lab - www.gingerlab.it

www.matematicamente.it - info@matematicamente.it
Gennaio 2013
ISBN 978-88-96354-36-0

Progetto Educationalab
Mobility IT srl

versione del 16/03/2013

Presentazione

Questo ebook fa parte di una collana di ebook con licenza Creative Commons BY-SA per la scuola. Il titolo Fisica C3 vuole indicare che il progetto è stato realizzato in modalità Collaborativa e con licenza Creative Commons, da cui le tre “C” del titolo. Non vuole essere un trattato completo sull’argomento ma una sintesi sulla quale l’insegnante può basare la sua lezione, indicando poi testi e altre fonti per gli approfondimenti. Lo studente può consultarlo come riferimento essenziale da cui partire per approfondire. In sostanza l’idea è stata quella di indicare il nocciolo essenziale della disciplina, nocciolo largamente condiviso dagli insegnanti. La licenza Creative Commons scelta permette non solo di fruire liberamente l’ebook ma anche di modificarlo e personalizzarlo secondo le esigenze dell’insegnante e della classe. Chiunque può contribuire a migliore questo ebook, segnalando integrazioni, modifiche e sviste al coordinatore del progetto antoniobernardo@matematicamente.it.

INDICE

Presentazione 3
1. CAMPO MAGNETICO 7
  1.1 Sorgenti del campo magnetico 7
  1.2 Azione del campo magnetico su una carica in movimento 8
  1.3 Moto di una carica in un campo magnetico 10
  1.4 Azione del campo magnetico su un filo percorso da corrente 12
  1.5 Interazione tra fili percorsi da corrente 13
  1.6 Rotazione di una spira in un campo magnetico 14
  1.7 Campi magnetici generati da correnti e legge di Biot Savart 16
  1.8 Teorema della circuitazione di Ampère 19
  1.9 Teorema di Gauss per il magnetismo 21
  1.10 Magnetismo nella materia 23
  Approfondimenti 27
2. INDUZIONE ELETTROMAGNETICA 28
  2.1 Aspetti qualitativi dell’induzione elettromagnetica 28
  2.2 Legge di Faraday - Neumann e legge di Lenz 30
  2.3 Origine della f.e.m. indotta e f.e.m. cinetica 32
  2.4 Induttanza 35
  2.5 Autoinduzione e circuito RL 37
  2.6 Energia del campo magnetico 40
  2.7 Corrente alternata 42
    Produzione di una f.e.m. e di una corrente alternata 42
    Diagramma a fasori 43
    Circuito puramente resistivo 44
    I valori efficaci 46
    Circuito puramente capacitivo 47
    Circuito puramente induttivo 48
    Circuito RLC in serie 49
  2.8 Mutua induzione e trasformatori 53
  Approfondimenti 55
3. ONDE ELETTROMAGNETICHE ED EQUAZIONI DI MAXWELL 56
  3.1 Campo magnetico variabile nel tempo 56
  3.2 Campo elettrico variabile nel tempo 57
  3.3 Equazioni di Maxwell 59

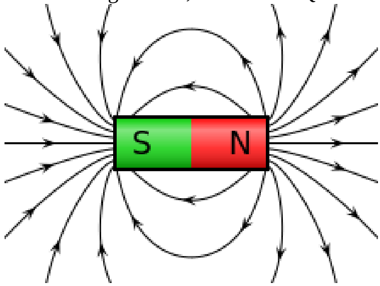
3.4 Circuito LC ... 60
3.5 Onde elettromagnetiche ... 63
Approfondimenti ... 69
4. RELATIVITÀ ... 70
4.1 Inconciliabilità tra la teoria elettromagnetica di Maxwell e la legge di composizione classica delle velocità ... 70
4.2 Teoria dell'etere ed esperimento di Michelson - Morley ... 70
4.3 Le trasformazioni di Lorentz ... 73
4.4 I postulati della relatività ristretta ... 74
4.5 Dilatazione dei tempi e contrazione delle lunghezze ... 75
4.6 Relatività della simultaneità ... 78
4.7 Lo spazio-tempo e la relazione causa-effetto tra due eventi ... 80
4.8 Composizione relativistica delle velocità ... 83
4.9 Massa ed energia relativistica ... 84
4.10 Relatività generale ... 87
Primo caso ... 88
Secondo caso ... 89
4.11 Lo spazio-tempo nella relatività generale ... 89
4.12 Gravità, luce e tempo ... 93
Approfondimenti ... 95
5. FISICA QUANTISTICA ... 96
5.1 Origine della Fisica dei quanti ... 96
5.2 La radiazione di corpo nero ... 96
5.3 Effetto fotoelettrico ... 102
5.4 Effetto Compton ... 107
5.5 Dualismo onda-corpuscolo ... 109
5.6 Il principio di indeterminazione di Heisenberg e la funzione d'onda ... 111
5.7 Modello atomico di Bohr e spettri di emissione a righe dei gas 113
5.8 Modello quantistico dell'atomo di idrogeno ... 117
5.9 Atomi con molti elettroni ... 120
Approfondimenti ... 122
6. FISICA NUCLEARE, RADIOATTIVITÀ, PARTICELLE ELEMENTARI ... 123
6.1 Il nucleo dell'atomo ... 123
6.2 Radioattività ... 124

6.3 Fissione e fusione nucleare 127
6.4 Le forze fondamentali della natura 129
6.5 Particelle elementari.. 129
6.6 I quark 134
6.7 Modello standard 136
Approfondimenti... 138
Indice delle immagini Creative Commons utilizzate...................... 139

1. CAMPO MAGNETICO

1.1 Sorgenti del campo magnetico

Fin dall'antichità è nota la proprietà della magnetite (un particolare ossido del ferro) di attirare il ferro.
Una sbarretta cilindrica di magnetite costituisce un esempio di magnete permanente, cioè di un corpo che possiede naturalmente la proprietà di interagire col ferro o con altri corpi magnetizzati.
Un magnete permanente è caratterizzato dalla presenza di due poli, nord (N) e sud (S): avvicinando polarità di segno uguale (N - N o S - S) due magneti si respingono, mentre avvicinando polarità di segno opposto (N - S) i magneti si attraggono.
I poli magnetici sono indivisibili, infatti spezzando il magnete in due parti non si riescono a separare i poli, bensì si ottengono due magneti più piccoli, entrambi caratterizzati dalla presenza delle polarità N - S.
Per giustificare l'interazione magnete-ferro e magnete-magnete, si introduce il concetto di campo magnetico, come la modifica delle proprietà dello spazio causata dalla presenza di un magnete permanente.
Per esplorare il campo magnetico, si può fare ricorso a un semplice dispositivo, detto ago magnetico, il quale è costituito da una lamina magnetizzata libera di ruotare attorno a un perno. Quando l'ago è immerso in un campo magnetico, esso è soggetto a una coppia di forze che lo fa ruotare finché il suo polo nord non punterà verso il sud del magnete sorgente, disponendosi tangenzialmente alla linea del campo passante per quel punto.
Il più comune esempio di ago magnetico è quello della bussola, che si orienta secondo il campo magnetico terrestre (anche la Terra è un esempio di magnete permanente): il nord della bussola punta verso il nord geografico, nelle cui vicinanze è situato il sud magnetico.
Riguardo alle linee di campo generate da magneti permanenti, si nota che esse sono linee chiuse uscenti dal polo nord ed entranti nel polo sud; esse sono più fitte in prossimità dei poli e più diradate lateralmente, dimostrando che il campo è più intenso in prossimità dei poli.



Linee del campo magnetico di una sbarretta cilindrica magnetizzata. Si noti il verso delle linee, uscenti dal polo nord ed entranti nel polo sud, e la maggiore densità di linee in prossimità dei poli.

Nel 1821 il fisico danese Oersted scoprì accidentalmente un fenomeno destinato a cambiare radicalmente le conoscenze dell'epoca sull'elettricità e sul magnetismo: egli notò che avvicinando a una bussola un filo percorso da corrente, l'ago della bussola viene deviato dalla sua posizione, dimostrando che anche le cariche in movimento generano un campo magnetico.

Inoltre è stato verificato che una carica in movimento, purché in direzione non parallela alle linee del campo, subisce l'azione di una forza che ne modifica la traiettoria.

Pertanto possiamo definire più in generale il campo magnetico come la modifica delle proprietà dello spazio causata dalla presenza di magneti permanenti o cariche in movimento, la cui azione si manifesta su altri corpi magnetizzati o su altre cariche in movimento.

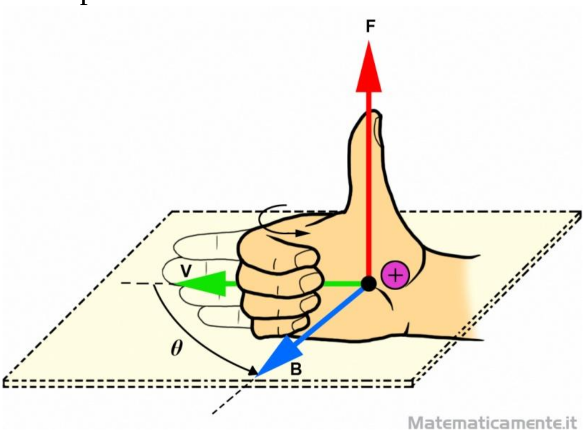
Il campo magnetico è una grandezza vettoriale e si indica col simbolo $\vec{B}$.

1.2 Azione del campo magnetico su una carica in movimento

Consideriamo una carica q in moto con velocità $\vec{v}$ in un campo magnetico uniforme $\vec{B}$, e sia θ l'angolo formato da $\vec{v}$ e $\vec{B}$. Sperimentalmente si dimostra che la carica subisce da parte del campo una forza, detta **forza di Lorentz**, data dalla relazione vettoriale $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$.

In base a questa formula, la forza possiede un modulo dato dalla relazione $F=qvBsen\theta$, dalla quale si evince che la forza è nulla se la carica è ferma ($\vec{v} = 0$) oppure, pur in movimento, se la velocità è

parallela a $\vec{B}$, essendo in questo caso senθ = 0. Invece, la forza è massima quando la velocità è perpendicolare al campo, essendo θ = 90° e quindi senθ=1.
La direzione della forza, essendo data da un prodotto vettoriale, è perpendicolare sia a $\vec{v}$ sia a $\vec{B}$, mentre il verso può essere ottenuto con la regola della mano destra: se la carica è positiva, puntiamo le dita della mano destra nella direzione di $\vec{v}$, successivamente le ruotiamo verso $\vec{B}$ secondo il più piccolo dei due angoli che $\vec{v}$ forma con $\vec{B}$, in questo modo il pollice punterà nel verso della forza; se la carica è negativa, basta invertire il risultato precedente.
Il fatto che la forza di Lorentz sia sempre perpendicolare alla velocità, e quindi istante per istante allo spostamento, significa che il campo magnetico non compie mai lavoro su una carica in movimento.



Se la carica è positiva, ruotando le dita dalla mano destra da v verso B il pollice indica il verso della forza.

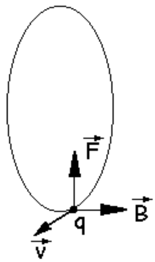
Dalla relazione $F=qvBsen\theta$, considerando il caso particolare $\vec{v} \perp \vec{B}$ in modo che F = q v B, si può ricavare per formula inversa $= \frac{F}{q\,v}$, da essa si può definire l'unità di misura del campo magnetico: essa si chiama Tesla (T) ed è definita come l'intensità di un campo magnetico che imprime una forza di 1 N su una carica di 1 C in moto con velocità di 1 m/s perpendicolarmente al campo stesso: $1T = \frac{1\,\mathrm{N}}{1\,\mathrm{C} \cdot 1\,\mathrm{m/s}}$, essendo $1A = \frac{1\,\mathrm{C}}{1\,\mathrm{s}}$ si può scrivere $1T = 1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A} \cdot \mathrm{m}}$.

1.3 Moto di una carica in un campo magnetico

Notiamo subito due differenze tra la forza di Lorentz e la forza elettrostatica:

1. la forza elettrostatica agisce indifferentemente tanto sulle cariche ferme quanto su quelle in movimento, mentre la forza magnetica agisce solo sulle cariche in movimento;
2. la forza elettrostatica è sempre parallela al campo, mentre quella magnetica è sempre perpendicolare al campo.

Quest'ultima differenza causa delle traiettorie di una carica in un campo magnetico completamente diverse di quelle in un campo elettrico: infatti, mentre le traiettorie di una carica in un campo elettrico sono paraboliche, quelle in un campo magnetico sono circolari (se la carica entra perpendicolarmente al campo) o elicoidali (se la carica entra obliquamente nel campo).



Dalla cinematica sappiamo che se un corpo è sottoposto ad una forza costante lungo la direzione del moto, si muove con moto rettilineo uniformemente accelerato. Se invece è sottoposto ad una forza costante perpendicolare alla direzione del moto, si muove con moto circolare uniforme.

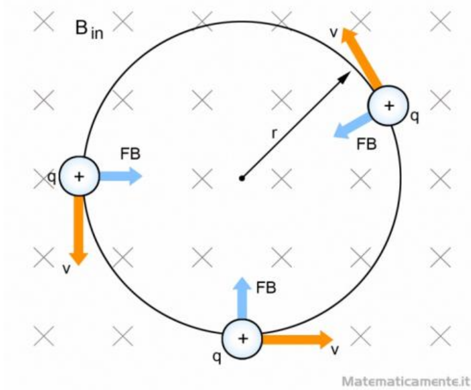
Considerando il caso $\vec{v} \perp \vec{B}$, con $\vec{B}$ uniforme, si nota che la forza di Lorentz, perpendicolare a $\vec{v}$, si comporta da forza centripeta causando un moto circolare uniforme. Uguagliando le espressioni della forza centripeta e della forza di Lorentz si possono ricavare espressioni utili per il calcolo del raggio della traiettoria e della frequenza del moto circolare:

$$F_c = F_L \Rightarrow \frac{m\,v^2}{r} = q\,v\,B \Rightarrow r = \frac{m\,v}{q\,B},$$

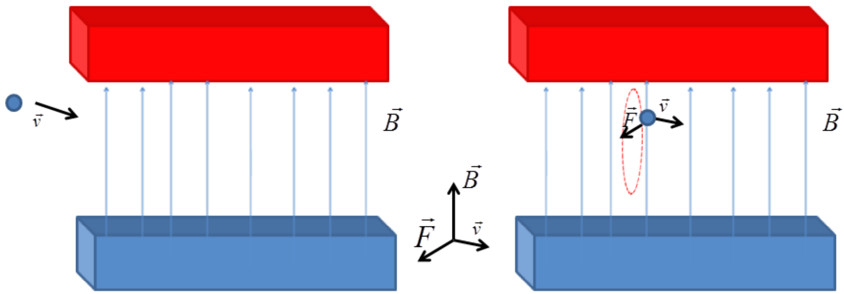
Inoltre, essendo la velocità angolare ω = v/r e la frequenza f = ω/2π, si ha altresì:

$$\omega = \frac{q\,B}{m} \quad e \quad f = \frac{q\,B}{2\,\pi\,m}$$

notiamo la diretta proporzionalità tra il raggio e la velocità, la proporzionalità inversa tra raggio e campo e l'indipendenza della velocità angolare e della frequenza dalla velocità, queste ultime due grandezze dipendono dal rapporto carica/massa della particella.



La forza di Lorentz, perpendicolare tanto a v quanto a B (entrante in questo esempio), si comporta da forza centripeta e determina il moto circolare uniforme della carica.



Dalla cinematica sappiamo che se un corpo è sottoposto ad una forza costante perpendicolare alla direzione del moto, si muove con moto circolare uniforme.

Se la carica entra nel campo magnetico con un angolo $\theta \neq 90°$ esiste una componente della velocità parallela al campo che, contemporaneamente al moto circolare uniforme imposto dalla componente perpendicolare, provocherà un trascinamento della particella nel suo stesso verso: componendo i due moti si otterrà un moto elicoidale con raggio ottenibile con la stessa formula precedente, purché si consideri solo la $v_\perp$, e distanza tra due centri successivi delle circonferenze descritte dalla particella in moto (passo dell'elica) data dalla relazione $d = v_\parallel \cdot T$, dove $T = \frac{2\,\pi\,m}{q\,B}$ è il periodo del moto circolare.

1.4 Azione del campo magnetico su un filo percorso da corrente

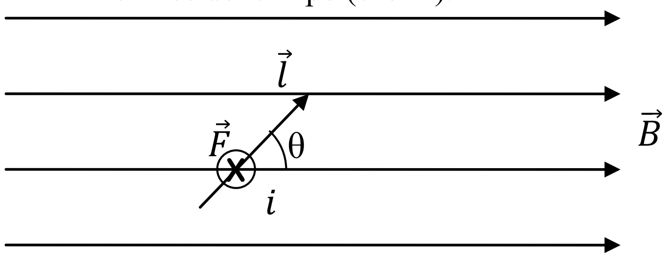
Consideriamo un filo rettilineo di lunghezza l percorso da una corrente i. Il filo sia immerso in un campo magnetico $\vec{B}$ uniforme e formi un angolo θ con le linee del campo. Essendo la corrente elettrica un moto ordinato di cariche, ogni carica sarà soggetta alla forza di Lorentz, per cui l'intero filo sarà soggetto a una forza da parte del campo magnetico. Dato che nel tempo Δt ogni sezione del filo è attraversata da una carica $q = i\,\Delta t$, dalla formula della forza di Lorentz si ottiene

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = i\Delta t\vec{v} \times \vec{B} = i\vec{l} \times \vec{B}$$

$\vec{l}$ è un vettore avente modulo uguale alla lunghezza del filo, direzione del filo e verso della corrente.

Come per la forza di Lorentz, la formula $\vec{F} = i\vec{l} \times \vec{B}$ afferma che la forza subita dal filo è perpendicolare tanto al filo quanto al campo, con verso determinabile con la regola della mano destra: puntiamo le dita della mano destra nella direzione di $\vec{l}$, successivamente le ruotiamo verso $\vec{B}$ secondo il più piccolo dei due angoli che $\vec{l}$ forma con $\vec{B}$, in questo modo il pollice punterà nel verso della forza.

Il modulo della forza è dato dalla relazione $F = i\ l\ B\ sen\theta$, per cui avremo che la forza è nulla se il filo è parallelo alle linee del campo (θ=0° oppure θ=180°), massima e quindi di modulo $F = i\ l\ B$ se il filo è perpendicolare alle linee del campo (θ=90°).



Applicazione della legge $\vec{F} = i\ \vec{l} \times \vec{B}$: la forza è perpendicolare sia a $\vec{B}$ sia a $\vec{l}$ e risulta entrante per la regola della mano destra.

1.5 Interazione tra fili percorsi da corrente

Consideriamo due fili rettilinei indefiniti percorsi da corrente, supponiamo che i fili siano paralleli e posti a una distanza *d*.

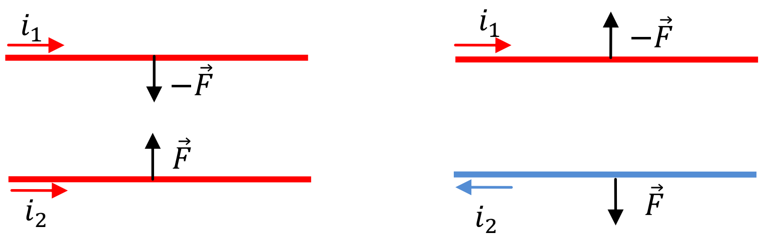
Sperimentalmente si prova che i due fili si attraggono se sono percorsi da correnti concordi in verso e si respingono se invece le correnti sono discordi. In entrambi i casi, il modulo della forza per unità di lunghezza è direttamente proporzionale al prodotto delle correnti e inversamente proporzionale alla distanza tra i fili:

$$\frac{F}{l} = k\,\frac{i_1 i_2}{d}$$

Questa formula prende il nome di legge elettrodinamica di Ampère, in essa il rapporto *F/l* rappresenta la forza con la quale uno dei due fili attrae o respinge un elemento di lunghezza *l* dell'altro. La costante di proporzionalità k ha il valore di $2 \cdot 10^{-7}\ T \cdot m/A$ ed è a sua volta legata ad una importante costante della fisica della permeabilità magnetica del vuoto (μ_0):

$$k = \frac{\mu_0}{2\pi}\,.$$

La permeabilità magnetica del vuoto ha il valore di $4\pi \cdot 10^{-7}$ T · m/A.



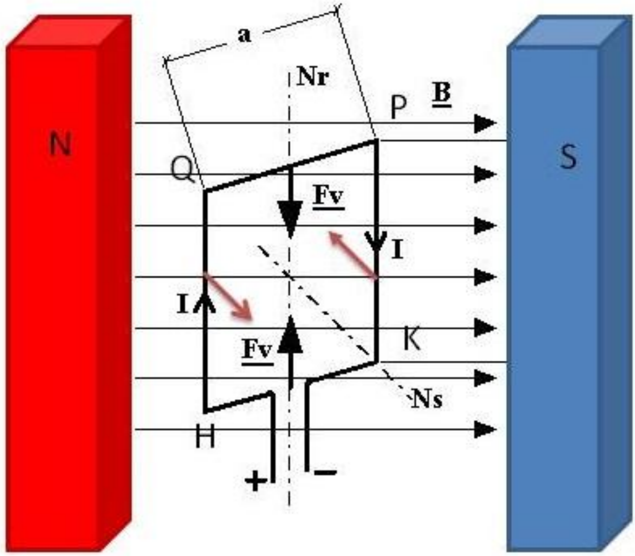
Fili percorsi da correnti concordi si attraggono (a sinistra), se le correnti sono discordi i fili si respingono (a destra).

Dalla legge di interazione tra fili è possibile definire operativamente l'unità di misura dell'intensità di corrente nel Sistema Internazionale, cioè l'ampère: *dati due fili percorsi da correnti di uguale intensità, esse hanno il valore di 1 A se, ponendo i fili nel vuoto alla distanza di 1 m, si attraggono o si respingono con una forza di $2 \cdot 10^{-7}$ N per ogni metro di lunghezza*.

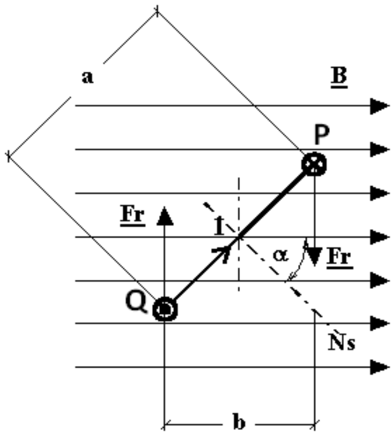
In questo modo è possibile considerare l'intensità di corrente come grandezza fondamentale, mentre la carica elettrica diventa grandezza derivata e definita dalla formula q = i Δt, con unità di misura (coulomb) data dalla relazione $1\ C = 1\ A \cdot s$.

1.6 Rotazione di una spira in un campo magnetico

Data una spira di forma arbitraria percorsa da corrente, si definisce **momento magnetico di una spira** il vettore $\vec{m}$ avente per modulo il prodotto dell'intensità di corrente per l'area della spira (m = i · A), direzione perpendicolare al piano in cui giace la spira e verso dato dalla regola della mano destra: facendo ruotare le dita della mano destra nello stesso verso di circolazione della corrente, il pollice indica il verso del momento magnetico. Il momento magnetico si misura in $A \cdot m^2$.
È possibile dimostrare che una spira percorsa da corrente immersa in un campo magnetico ruota essendo sottoposta a un momento torcente dato dalla relazione $\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}$, da questa formula deduciamo che il modulo di questo momento è τ = m B senθ = i A B senθ , dove θ è l'angolo formato tra $\vec{B}$ e $\vec{m}$. Il momento è massimo quando θ = 90°, cioè quando il campo è parallelo al piano della spira, diventa nullo invece per θ = 0° oppure 180°, cioè quando il campo è perpendicolare alla spira.
L'effetto rotatorio del campo della spira può essere giustificato considerando, per semplicità, una spira di forma quadrata e notando che ogni lato di essa può essere considerato come un filo rettilineo percorso da corrente, soggetto pertanto alla forza $\vec{F} = i\vec{l} \times \vec{B}$: i lati opposti della spira saranno soggetti a forze uguali e contrarie, due di esse però formeranno una coppia di forze, la cui presenza determina la rotazione della spira.



La spira è immersa in un campo magnetico costante. Le forze che agiscono sui lati PQ e HK non comportano alcuna modifica della spira rigida, essendo sulla stessa retta d'azione. Mentre le forze sui lati QH e PK, essendo su rette d'azione diverse, provocano la rotazione della spira.



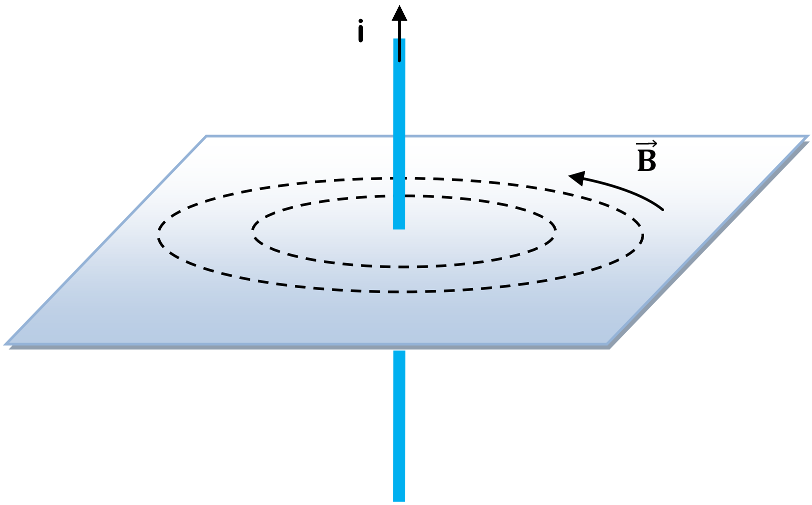
Sul lato QH agisce una forza che è la stessa su tutti i punti del tratto di filo percorso da corrente, analogamente sul tratto di filo PK. Le due forze sono uguali come intensità poiché sia la corrente che il campo magnetico sono costanti e uniformi.

1.7 Campi magnetici generati da correnti e legge di Biot Savart

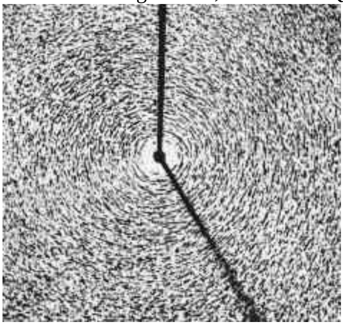
Analizziamo ora alcuni notevoli esempi di campo magnetico, cominciando a esaminare le caratteristiche del campo generato da un filo rettilineo indefinito percorso da corrente. Sperimentalmente si dimostra che le linee di campo generate dal filo sono circonferenze concentriche, appartenenti a piani tra loro paralleli e perpendicolari al filo, orientate secondo la regola della mano destra: ponendo il pollice nel verso della corrente, la rotazione della dita indica l'orientazione della linea. Il modulo del campo risulta direttamente proporzionale all'intensità della corrente e inversamente proporzionale alla distanza dal filo:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{r}$$

questa legge prende il nome di legge di Biot - Savart.



Campo magnetico generato da un filo percorso da corrente. Per determinare il verso del campo si utilizza la regola della mano destra, il verso di $\vec{B}$ si ottiene dalla rotazione delle dita della mano mentre il pollice segna la direzione della corrente.

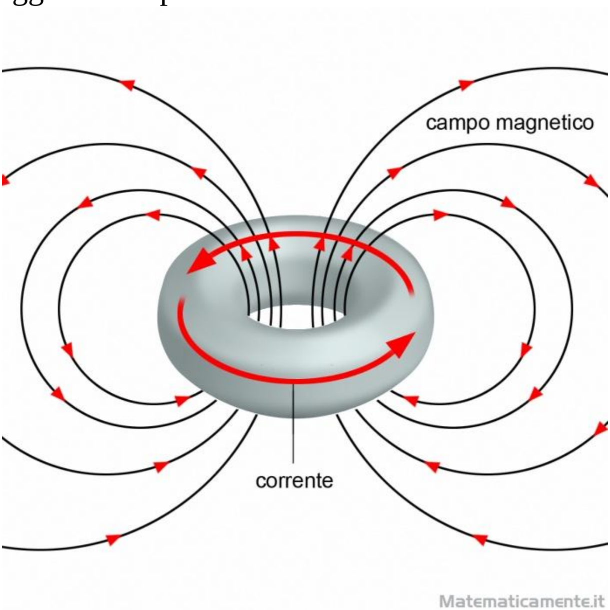


Disponendo della limatura di ferro su un foglio intorno a un filo percorso da corrente si possono 'visualizzare' le linee del campo magnetico.

Una spira circolare, invece, genera linee di campo come riportato in figura. Si dimostra che nel centro della spira il campo è perpendicolare al piano della spira, orientato secondo la regola della mano destra e di modulo

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{i}{R}$$

dove R è il raggio della spira.



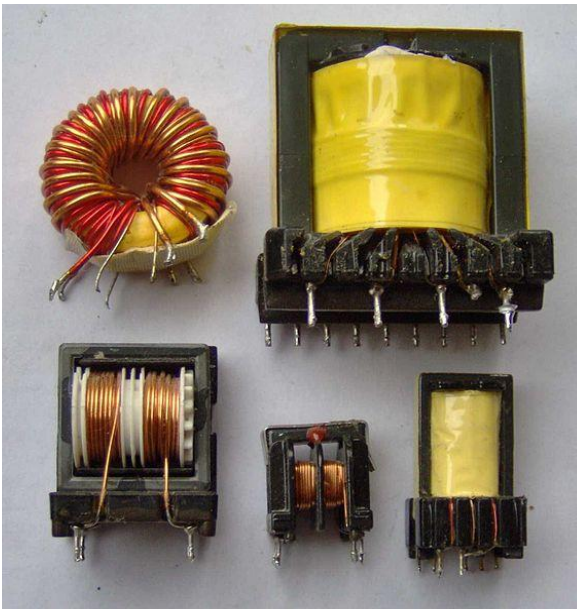
Campo magnetico generato da una spira circolare.

Si può generare un campo magnetico uniforme utilizzando un particolare sistema detto solenoide. Un **solenoide** è costituito da un unico filo metallico avvolto in modo da ottenere una successione di spire circolari di raggio costante e aventi tutte lo stesso asse. Idealmente si considera il solenoide infinitamente lungo, cosicché la sovrapposizione dei campi generati dalle singole spire dà un campo nullo all'esterno del solenoide e uniforme all'interno, con linee parallele all'asse del solenoide.
Si dimostra che il modulo del campo è dato dalla relazione:

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} i$$

dove N indica il numero di spire contenute in un tratto di lunghezza l del solenoide. Introducendo la densità di spire $n = N/l$, la formula precedente assume la forma:

$$B = \mu_0 \, n \, i$$


Applicazioni del solenoide*

1.8 Teorema della circuitazione di Ampère

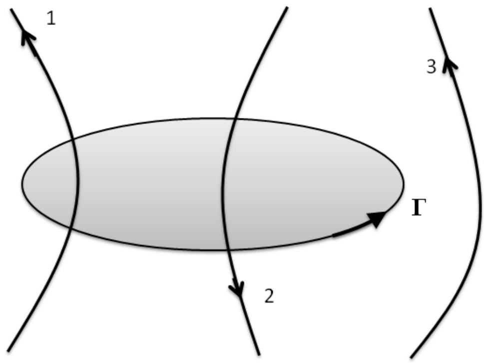
Dato un percorso chiuso in un campo magnetico, si definisce circuitazione del campo magnetico lungo un cammino chiuso la grandezza scalare:

$$C_{(B)} = \sum_i \mathrm{B_i \Delta l_i \cos\theta_i}$$

Δl_i rappresenta un generico elemento di cammino e θ_i l'angolo formato in corrispondenza di questo elemento dal campo e l'elemento di cammino stesso.

Una corrente *i* si dice concatenata al cammino quando attraversa un numero dispari di volte una qualunque delle superfici sottese dal cammino stesso.

Alle correnti concatenate si attribuisce convenzionalmente un segno positivo se hanno il verso corrispondente a quello della regola della mano destra, negativo nel caso contrario.

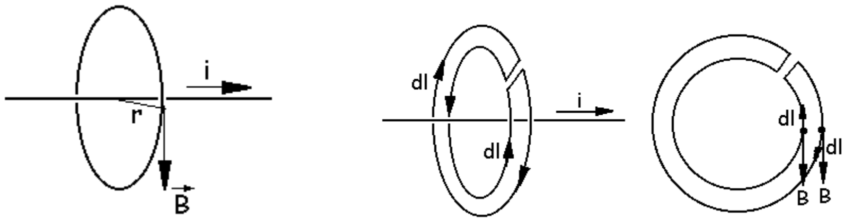


La corrente 1 è concatenata al cammino orientato Γ ed è positiva. La corrente 2 è concatenata al cammino Γ ed è negativa. La corrente 3 non è concatenata a Γ.

Secondo il teorema della circuitazione di Ampère, la circuitazione di $\vec{B}$ lungo un cammino chiuso è uguale al prodotto tra la permeabilità magnetica del vuoto e la somma algebrica delle correnti concatenate al cammino scelto

$$C_{(\mathbf{B})} = \mu_0 \sum_k i_k$$

Il significato concettuale del teorema è che, essendo in generale la circuitazione di $\vec{B}$ diversa da zero, il campo magnetico, a differenza di quello elettrostatico, non è conservativo.

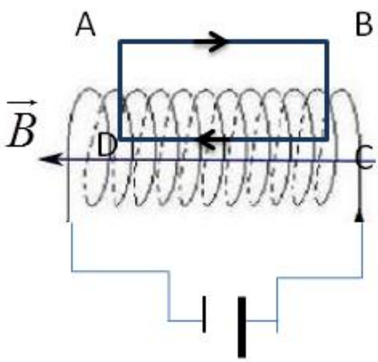


La corrente *i* è concatenata al percorso circolare di raggio r, la circuitazione del vettore campo magnetico è $\mu_0 i$. Nella figura di destra la corrente non è concatenata con il percorso chiuso e la circuitazione è zero.

L'applicazione più importante del teorema è la dimostrazione della formula del campo magnetico del solenoide. Considerando infatti un percorso rettangolare come in figura, si nota che l'unico contributo alla circuitazione di $\vec{B}$ è dato dal lato del rettangolo contenuto nel solenoide, parallelo all'asse:

$$C_{(\mathbf{B})} = B\, l$$

l è la lunghezza del lato $\overrightarrow{DC}$.



ABCD è un percorso rettangolare chiuso; l'unico contributo al calcolo della circuitazione è dato dal lato del rettangolo parallelo all'asse del solenoide e contenuto nel solenoide stesso, gli altri contributi sono nulli o perché il percorso è perpendicolare al campo B o perché è esterno al solenoide.

D'altro canto, il percorso concatena N correnti, tutte equiverse, per cui dalla circuitazione di Ampere si ha:

$$C_{(\mathbf{B})} = \mu_0 \, N \, i$$

uguagliando le due espressioni di $C_{(\mathbf{B})}$ si ha:

$$B \, l = \mu_0 \, N \, i \implies B = \mu_0 \frac{N}{l} \, i$$

1.9 Teorema di Gauss per il magnetismo

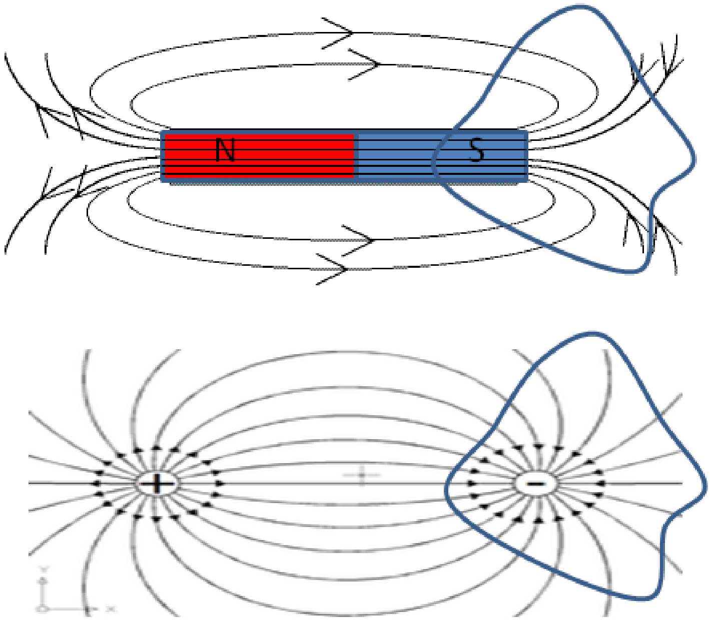
Definiamo flusso del campo magnetico attraverso una superficie la grandezza scalare:

$$\varphi(B) = \varphi_{(\vec{B})} = \sum_{i} B_i \Delta A_i \cos\theta_i$$

ΔA_i è un generico elemento di superficie e θ_i è l'angolo tra il campo magnetico presente in corrispondenza di questo elemento e la normale all'elemento di superficie stesso. L'unità di misura del flusso magnetico si chiame Weber: 1 Wb = 1 T · 1 m^2. L'importanza di questa unità di misura è tale che spesso l'intensità del campo magnetico, anziché in T, viene espressa in Wb/m^2.
Consideriamo una superficie chiusa (gaussiana) in un campo magnetico, si può dimostrare che il flusso di $\vec{B}$ attraverso una qualunque superficie chiusa vale sempre zero:

$$\varphi_{(\vec{B})} = 0$$

questa affermazione costituisce il teorema di Gauss per il magnetismo.



(a) Nel caso del campo magnetico, il numero totale delle linee di forza che attraversano la superficie è zero perché le linee sono entranti ed uscenti dalla superficie (il campo magnetico è presente anche all'interno del magnete da S verso N) . (b) Nel caso del dipolo elettrico le linee di forza sono solo entranti ed il flusso è diverso da zero.

A differenza di quello che accade per il campo elettrico, dove il flusso è legato alla carica totale contenuta nella superficie, e quindi in generale è diverso da zero, il valore sempre nullo di $\varphi_{(\vec{B})}$ implica che non è possibile avere cariche magnetiche isolate, bensì sempre e solo dipoli magnetici: ciò è legato alla natura microscopica del magnetismo, che risiede all'interno dell'atomo. Altra conseguenza è che, mentre le linee del campo elettrostatico sono aperte, quelle del campo magnetico sono sempre chiuse: nei campi generati da correnti sono "avvolte" attorno al filo, mentre nei campi generati da un magnete permanente, al cui esterno partono dal polo nord e terminano nel polo sud, continuano all'interno del magnete, "congiungendo" il polo sud col polo nord.

1.10 Magnetismo nella materia

Tutte le considerazioni fatte finora valgono nel vuoto; è necessario ora vedere come la presenza di materia possa alterare il campo magnetico e come la materia stessa interagisce col campo. Il comportamento magnetico della materia è legato al valore che prende un parametro adimensionale caratteristico di ogni materiale detto permeabilità magnetica relativa. Questa grandezza si indica col simbolo μ_r ed è data dal rapporto tra il valore del campo $\vec{B}$ nella materia e quello assunto nel vuoto:

$$\mu_r = \frac{B_{materia}}{B_{vuoto}}$$

In base al valore assunto da μ_r , si distinguono tre tipi di sostanze:

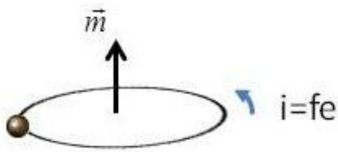
- sostanze paramagnetiche, per le quali risulta $\mu_r \gtrsim 1$; nelle sostanze paramagnetiche il campo risulta leggermente più grande che non nel vuoto. Una sostanza paramagnetica immersa in un campo esterno viene debolmente attratta dal campo stesso. Esempi di sostanze paramagnetiche sono l'alluminio e l'aria.
- sostanze diamagnetiche, per le quali risulta $\mu_r \lesssim 1$; nelle sostanze diamagnetiche il campo risulta leggermente più debole che non nel vuoto. Una sostanza diamagnetica immersa in un campo esterno viene debolmente respinta dal campo stesso. Esempi di sostanze diamagnetiche sono l'acqua, l'argento e il rame.
- sostanze ferromagnetiche, per le quali risulta $\mu_r \gg 1$; nelle sostanze ferromagnetiche il campo risulta notevolmente rinforzato rispetto al valore che prende nel vuoto. Una sostanza ferromagnetica immersa in un campo esterno viene fortemente attratta dal campo stesso. Esempi di sostanze ferromagnetiche sono il ferro e il nichel.

Nella tabella seguente sono riportati alcuni valori di μ_r.

SOSTANZA	μ_r	
Acqua	0,99999	Sostanze diamagnetiche
Argento	0,99998	
Rame	0,99999	
Mercurio	0,99999	

Aria Alluminio Ossigeno gassoso	1,0000004 1,00002 1,00133	Sostanze paramagnetiche
Ferro temperato Ferro-silicio Leghe speciali	fino a 5 000 fino a 10 000 fino a 1 000 000	Sostanze ferromagnetiche

Il diverso comportamento magnetico delle varie sostanze può essere spiegato analizzando il comportamento degli atomi.
Innanzi tutto osserviamo che il moto di un elettrone attorno al nucleo atomico, che può essere approssimato a circolare uniforme, può essere inteso come una corrente circolante in una spira circolare: indicando con f la frequenza del moto dell'elettrone, la corrente elettronica è data dalla relazione $i = f\,e$, dove e è la carica dell'elettrone.
Ricordando poi che in questo caso il momento magnetico è $m = i\,S$, si può associare al moto dell'elettrone un momento magnetico $m = f\,e\,\pi\,r^2$, dove r è il raggio dell'orbita elettronica. Prendendo in considerazione l'elettrone dell'atomo d'idrogeno e sostituendo nella formula i valori caratteristici di f e r, si ottiene per m il valore $9{,}274 \cdot 10^{-24}\ A \cdot m^2$, che costituisce l'unità fondamentale del momento magnetico ed è detto magnetone di Bohr.
Tutti i momenti magnetici associati ai moti elettronici sono multipli interi di questa quantità, pertanto, al pari della carica elettrica, il momento magnetico è quantizzato. Quanto esposto spiega l'origine microscopica del magnetismo.



Il moto di un elettrone può essere pensato come una corrente che circola in una spira circolare.

Negli atomi contenenti più elettroni è plausibile pensare che i vari momenti degli elettroni tendano a elidersi, considerando il differente verso di rotazione attorno al nucleo. Quando i vari momenti si annullano completamente, l'atomo, e quindi l'intero materiale, non ha

un momento magnetico proprio e la sostanza ha un comportamento diamagnetico. Quando una sostanza diamagnetica viene immersa in un campo esterno, tuttavia, la deformazione subita dalle orbite elettroniche genera un momento magnetico indotto di verso contrario al campo applicato.
Per descrivere la situazione si può prendere in esame cosa succede nel caso di due elettroni di un atomo che ruotano su una stessa orbita secondo la fisica classica: il moto dei due elettroni produce due momenti magnetici orbitali uguali in modulo ma di verso opposto. La presenza del campo $\vec{B}$ produce sui due elettroni in movimento una forza $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$. Questa forza aumenta la velocità orbitale dell'elettrone che ha un momento magnetico antiparallelo al campo e diminuisce la velocità orbitale dell'elettrone che con il suo moto orbitale produce un momento magnetico parallelo al campo applicato. Questo fa sì che i due momenti magnetici non si compensino più e nella materia si generi un debole momento magnetico che è antiparallelo al campo indotto. Ciò spiega la debole magnetizzazione subita da queste sostanze, che cessa non appena il campo esterno viene azzerato.

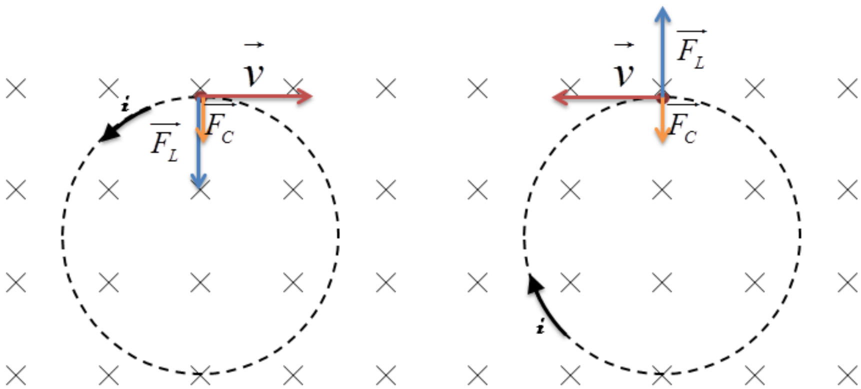
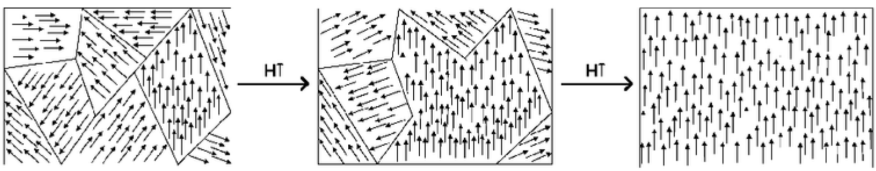


Figura di sinistra: l'elettrone con momento magnetico antiparallelo al campo subisce una forza di Lorentz $\overrightarrow{F_L}$ concorde alla forza centripeta $\overrightarrow{F_C}$, quindi aumenta la velocità di rotazione. Figura di destra: al contrario l'elettrone con momento magnetico parallelo al campo subisce una forza di Lorentz discorde alla forza centripeta, quindi diminuisce la velocità di rotazione.

Quando, invece, la compensazione tra i vari momenti magnetici non è totale, l'atomo possiede un momento di dipolo magnetico intrinseco e la sostanza ha un comportamento paramagnetico. In assenza di campo magnetico, i vari momenti magnetici sono orientati a caso per via dell'agitazione termica, per cui la sostanza non presenta alcuna proprietà magnetica. Immergendo il corpo in un campo esterno i dipoli ruotano a causa del momento torcente $\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}$ fino ad allinearsi col campo: la sostanza risulta così debolmente magnetizzata nello stesso verso del campo. Rimuovendo il campo, i dipoli vengono disallineati dall'agitazione termica e la sostanza perde la magnetizzazione.
Molto diverso è il fenomeno del **ferromagnetismo**. Le sostanze che hanno questa proprietà hanno una struttura microscopica caratterizzata dalle presenza di piccole regioni, dette domini di Weiss, contenenti circa $10^{17} \div 10^{21}$ atomi, tutti dotati di un proprio momento magnetico. All'interno di ogni dominio, tutti i momenti magnetici sono fortemente allineati tra loro; tuttavia, in assenza di campo, l'orientazione dei domini è casuale e la sostanza non è magnetizzata.
La presenza di un campo esterno provoca la rotazione dei domini e il loro allineamento col campo esterno, di conseguenza la sostanza risulta fortemente magnetizzata. Quando il campo viene azzerato, l'attrito interno tra i domini permette a essi di rimanere parzialmente allineati, per cui la sostanza risulta magnetizzata permanentemente: solo portando la sostanza a una temperatura superiore a un valore caratteristico del materiale, detta temperatura di Curie, la sostanza perde la sue caratteristiche ferromagnetiche, venendo così smagnetizzata. Il successivo raffreddamento porterà alla formazione di nuovi domini. Alcuni valori della temperatura di Curie sono 770 °C per il ferro, 1131 °C per il cobalto e 358 °C per il nichel.



Domini di Weiss.* Rappresentazione schematica dei domini di Weiss di un materiale sottoposto ad un campo magnetico esterno crescente.

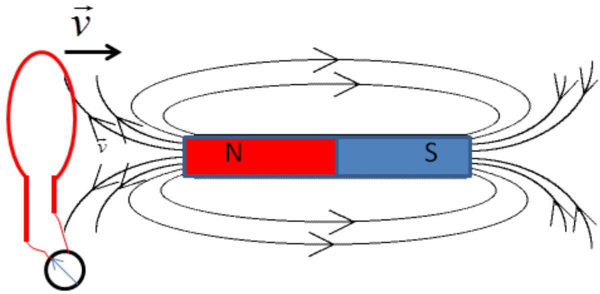
Approfondimenti

Linee di forza del campo magnetico, video
http://www.youtube.com/watch?v=JLq0tb53o9s
Il campo magnetico, video RAI 3
http://www.youtube.com/watch?v=_1MzlKFFZc0
Elettricità e magnetismo, video
http://www.youtube.com/watch?v=lRnmawaqE2g
Campo elettromagnetico indotto, semplice esperimento
http://www.youtube.com/watch?v=yQPEOi_T2Cc
3-D Magnetostatic Fields Applet, simulazione Java
http://www.falstad.com/vector3dm/
Faraday's Electromagnetic Lab, simulazione Java
http://phet.colorado.edu/sims/faraday/faraday_en.jnlp
La forza di Lorentz, simulazione
http://www.magnet.fsu.edu/education/tutorials/java/lorentzforce/index.html

2. INDUZIONE ELETTROMAGNETICA

2.1 Aspetti qualitativi dell'induzione elettromagnetica

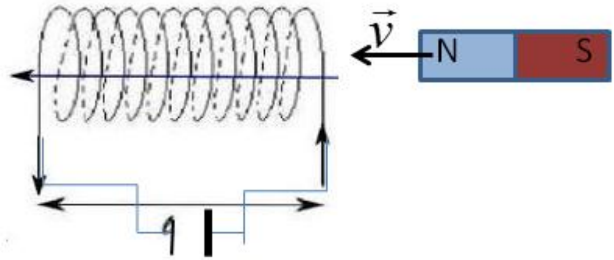
Prendiamo in considerazione alcune situazioni fisiche. Una spira metallica, non connessa ad alcun generatore di tensione, viene trascinata a velocità costante in un campo magnetico uniforme: in questa situazione non si assiste ad alcun passaggio di corrente nella spira. Se però la spira viene fatta muovere in un campo magnetico non uniforme, per esempio decrescente nel verso del movimento, si nota che, pur in assenza di un generatore, in essa circola una certa corrente, detta corrente indotta, la cui intensità cresce al crescere della rapidità di spostamento della spira. Non appena la spira viene fermata la corrente indotta si annulla. Se lo stesso esperimento viene ripetuto spostando la spira in un campo magnetico crescente nel verso dello spostamento, si osserva che la corrente indotta circola nel verso opposto al precedente. In questo caso possiamo attribuire la generazione della corrente indotta alla variazione dell'intensità del campo magnetico, dovuta al moto della spira relativamente al campo magnetico.



La spira, di colore rosso, si avvicina al magnete e subisce quindi un campo magnetico variabile, di conseguenza nella spira circola corrente indotta per effetto della variazione del campo magnetico.

La stessa spira dell'esempio precedente viene tenuta ferma e ad essa viene avvicinato un magnete. Anche in questo caso, limitatamente all'intervallo di tempo in cui il magnete è in movimento, nella spira circolerà una corrente indotta, la cui intensità dipende dalla rapidità con cui il magnete viene avvicinato alla spira. Se il magnete viene allontanato dalla spira nuovamente si osserva un passaggio di corrente

avente, però, verso opposto al caso precedente. Agli stessi risultati si perviene se il magnete viene tenuto fermo e la spira viene mossa relativamente a esso. Anche questa volta la causa dell'induzione può essere attribuita alla variazione dell'intensità del campo magnetico, dovuta al moto relativo tra spira e magnete.



In questo esempio il magnete si avvicina alla spira, sulla spira agisce quindi un campo magnetico variabile e ciò produce passaggio di corrente nella spira.

Supponiamo ora che la spira venga estratta da un campo magnetico, facendo in modo che l'area della parte di spira attraversata dalle linee del campo diventi sempre più piccola. Anche questa volta nella spira si genera una corrente indotta, il cui verso cambia se la spira venisse reintrodotta nel campo. Un risultato analogo si otterrebbe se la spira venisse deformata in un modo qualunque nel campo. La causa della corrente indotta, questa volta, è da attribuire alla variazione dell'area attraversata dalle linee del campo.
Un altro caso di generazione di una corrente indotta si ha quando una spira viene fatta ruotare in un campo magnetico. La rapidità di rotazione e il verso in cui essa avviene influiscono sull'intensità e sul verso della corrente indotta. In quest'ultimo caso considerato attribuiremo la causa della corrente indotta alla continua variazione dell'angolo formato dalle linee del campo con la normale alla spira.
I fenomeni sopra descritti costituiscono esempi di induzione elettromagnetica. Mettendo assieme i risultati ottenuti, possiamo concludere che in una spira conduttrice circola una corrente indotta ogni volta che, per una ragione qualunque, si ha una variazione o dell'intensità B del campo magnetico, o dell'area A attraversata dalle

linee di $\vec{B}$ o dell'angolo θ formato dalle linee di $\vec{B}$ e dalla normale $\vec{n}$ al piano della spira. Ricordando che il flusso del campo magnetico attraverso una superficie piana è definito dalla relazione:

$$\varphi(\vec{B}) = B \cdot A \cdot cos\theta$$

Possiamo concludere che si genera una corrente indotta in una spira quando varia nel tempo il valore del flusso magnetico concatenato ad essa. L'intensità di questa corrente indotta è legata alla rapidità con cui varia il flusso magnetico.

2.2 Legge di Faraday - Neumann e legge di Lenz

Ora è necessario introdurre una legge matematica che descriva i fenomeni descritti nel paragrafo precedente. Per prima cosa notiamo che alla corrente indotta è necessario associare una corrispondente forza elettromotrice (f.e.m.) ε, che chiameremo f.e.m. indotta per non confonderla con la f.e.m. dei generatori reali. In altre parole, è come se la variazione del flusso magnetico avesse creato una sorta di generatore virtuale, che cessa di esistere non appena il flusso ridiventa costante.
D'altra parte è bene osservare che la corrente elettrica è sempre legata alla presenza di una differenza di potenziale ai capi del conduttore in cui essa fluisce, quindi, in un certo senso, è più importante cercare una relazione nella quale compaia la f.e.m. piuttosto che la corrente indotta.
La legge che descrive il fenomeno dell'induzione elettromagnetica prende il nome di legge di Faraday - Neumann: essa è espressa dalla formula

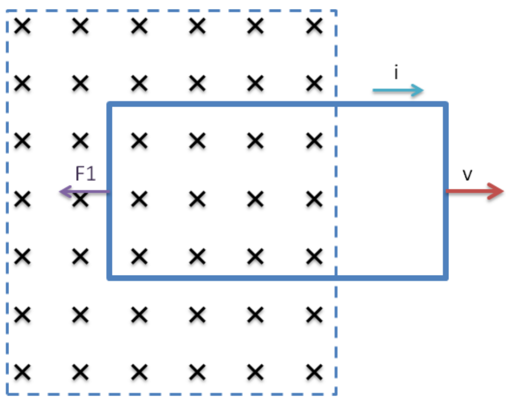
$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi(\vec{B})}{\Delta t} = -\frac{\phi_2 - \phi_1}{t_2 - t_1}$$

e afferma che il valore (medio) della f.e.m. indotta ε è dato dalla rapidità con cui varia il flusso magnetico concatenato alla spira. La corrente indotta, poi, può essere ricavata con la legge di Ohm conoscendo la resistenza R della spira: i = ε/R.
Osserviamo che, se è nota l'espressione del flusso in funzione del tempo, è possibile ricavare la f.e.m. indotta istantanea derivando il flusso rispetto al tempo:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi(\vec{B})}{dt}$$

Osservando l'espressione matematica della legge, si osserva la presenza di un segno "−". Esso è legato al verso in cui circola la corrente indotta che può essere determinato con una legge sperimentale detta legge di Lenz. Questa legge afferma che il verso della corrente indotta è sempre tale da opporsi, mediante il campo magnetico da essa generato, alla causa che l'ha prodotta, ovvero la variazione di flusso concatenato con la spira.

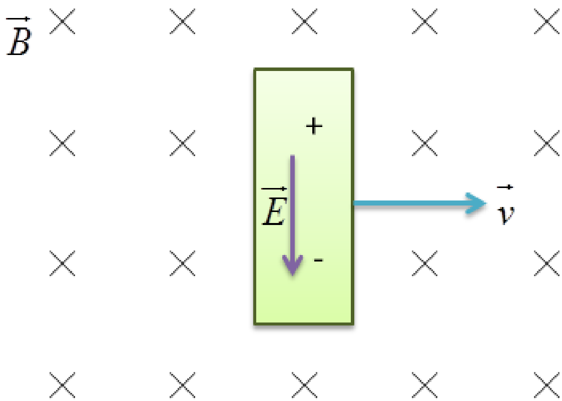
Per meglio chiarire il significato di questa affermazione, consideriamo il caso della spira estratta a velocità costante da un campo magnetico: in questo caso, la diminuzione dell'area attraversata dalle linee del campo provoca una diminuzione del flusso concatenato alla spira. In base alla legge appena enunciata, il verso della corrente indotta nella spira è tale da generare un campo indotto nello stesso verso delle linee del campo preesistente, in modo da attenuare la diminuzione del flusso magnetico. Per determinare correttamente il verso della corrente indotta, è sufficiente applicare la regola della mano destra.



Estraendo con velocità v una spira da un campo magnetico, si nota in essa la circolazione di una certa corrente indotta i, il cui verso, in base alla legge di Lenz, è tale da contrastare la variazione di flusso. Da notare anche l'insorgenza della forza magnetica F_1 contraria al verso con cui si muove la spira.

2.3 Origine della f.e.m. indotta e f.e.m. cinetica

Per comprendere meglio l'origine della f.e.m. indotta, consideriamo una sbarra conduttrice in moto rispetto a un campo magnetico uniforme con velocità $\vec{v}$. Supponiamo, inoltre, che la sbarra, nel suo moto, tagli perpendicolarmente, le linee del campo magnetico:

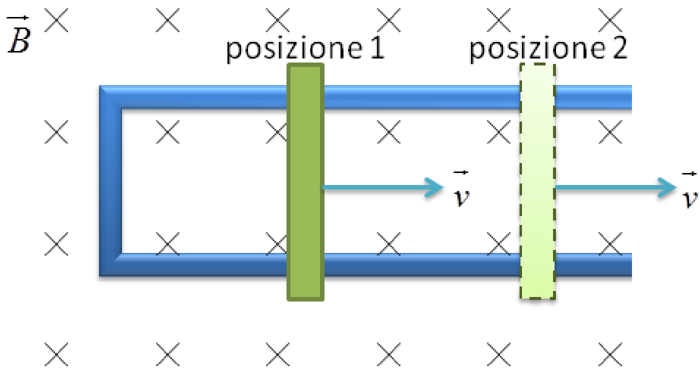


F.e.m. cinetica su una sbarra in movimento in un campo magnetico uniforme: le estremità della sbarra sono assimilabili ai poli di un generatore.

Sulle cariche libere della sbarra, anch'esse in moto rispetto al campo, agisce la forza di Lorentz $\vec{F} = q\,\vec{v}\,\times\vec{B}$ che, essendo perpendicolare tanto a $\vec{v}$ quanto a $\vec{B}$, sarà diretta parallelamente alla sbarra e tenderà a spostare verso il basso gli elettroni, lasciando un eccesso di carica positiva nella parte alta della sbarra. Questo movimento di carica cesserà quando il campo elettrico instauratosi tra le due polarità della sbarra avrà raggiunto il valore E = v B, in corrispondenza del quale la forza elettrica (q E) annulla quella magnetica (q v B). Questa situazione perdurerà finché la sbarra sarà tenuta in moto rispetto al campo: le polarità della sbarra sono assimilabili ai poli di un generatore e la differenza di potenziale tra essi equivale alla f.e.m. Ricordando poi che la f.e.m. è un lavoro per unità di carica, chiamando con l la lunghezza della sbarra, si ottiene:

$$\varepsilon = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{q}} = \frac{F\,l}{q} = \frac{q\,v\,B\,l}{q} = \mathrm{v\ B\ l}$$

Dato che la f.e.m. è legata al movimento della sbarra, all'espressione $\varepsilon = v\ B\ l$ si dà il nome di f.e.m. cinetica.
Se ora immaginiamo di collegare con un filo conduttore gli estremi della sbarra, si ottiene in essa un passaggio di corrente indotta che circola nel verso determinabile con la legge di Lenz. Tutto ciò può essere meglio osservato considerando il seguente dispositivo:



La sbarra, passando dalla posizione 1 alla posizione 2, determina un aumento dell'area del circuito e, di conseguenza, un aumento del valore assoluto del flusso

la sbarra conduttrice scivola senza attrito e a velocità costante su un telaietto metallico, sì da formare un circuito chiuso di area crescente nel tempo. La variazione di flusso è data dalla relazione

$$\Delta\varphi = B\ \Delta A = B\ l\ \Delta x = B\ l\ v\ \Delta t$$

e va pensata come negativa se si orienta la normale alla superficie nel verso uscente:

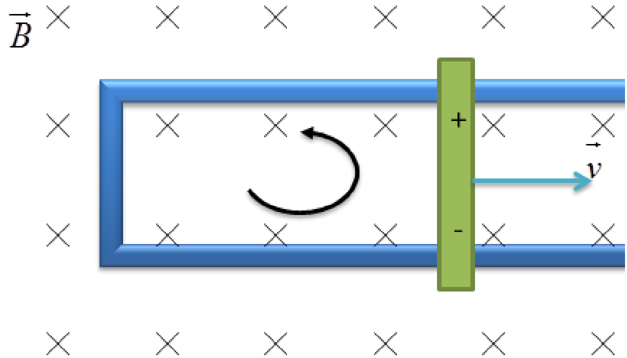
$$\Delta\varphi = -\ B\ l\ v\ \Delta t$$

Applicando la legge di Faraday - Neumann si ottiene:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\ \frac{-\ B\ l\ v\ \Delta t}{\Delta t} = B\ l\ v$$

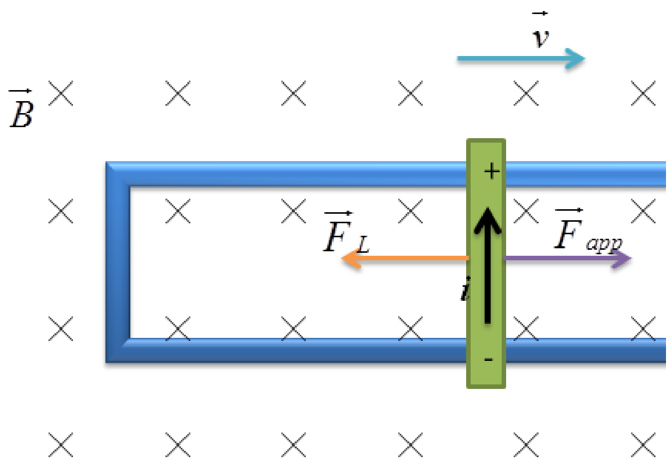
Abbiamo così dimostrato la consistenza dell'espressione della f.e.m. cinetica con la legge di Faraday Neumann.
Per ciò che riguarda la corrente, notiamo che le polarità della sbarra danno un verso antiorario, in accordo con la legge di Lenz: infatti il campo magnetico associato alla corrente indotta è rivolto verso l'alto,

cioè è discorde al campo preesistente, pertanto la corrente indotta, per mezzo del suo campo, si oppone alla variazione di flusso.



La corrente indotta circola in verso antiorario, in accordo con la legge di Lenz.

Infine, osserviamo che la legge di Lenz si accorda col principio di conservazione dell'energia. Per mantenere in moto uniforme la sbarra, è necessario applicare una forza esterna costante uguale e contraria alla forza magnetica a cui è soggetta la sbarra quando è percorsa da corrente:

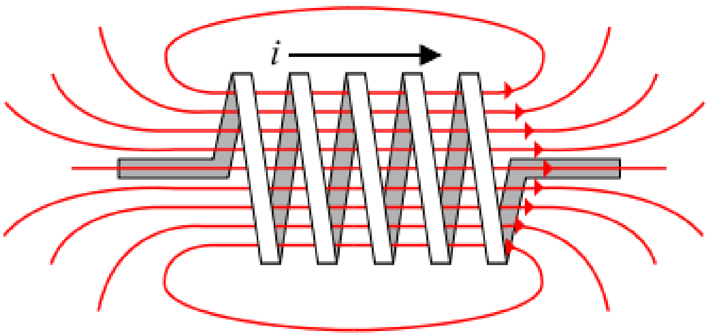


La forza esterna F_{app} deve compiere lavoro per mantenere in movimento la sbarra e far circolare la corrente indotta. L'energia impiegata dalla forza esterna verrà dissipata nella resistenza del telaietto per effetto Joule.

Si ha $F = F_L = i\, l\, B$, la potenza di questa forza è $P = F\, v = i\, l\, B\, v = i\, \varepsilon$, quindi la potenza fornita dalla forza esterna è uguale alla potenza dissipata per effetto Joule. Se il verso della corrente fosse opposto a quello previsto dalla legge di Lenz, verrebbe violato il principio di conservazione dell'energia. Infatti in questo caso sulla sbarretta agirebbe una forza dovuta al campo magnetico con verso che porterebbe ad accelerarla, facendone aumentare la velocità e producendo una variazione dell'area concatenata ancora più rapida, con conseguente aumento della f.e.m. che porterebbe a un aumento anche della $\mathbf{F}_{app}$ che agisce sulla sbarretta accelerandola ancora di più. Ovviamente questo comporterebbe un aumento di energia senza spesa energetica, in contrasto col principio di conservazione dell'energia.

2.4 Induttanza

Consideriamo una spira, di forma arbitraria, attraversata da una corrente i.



Rappresentazione del campo magnetico indotto dall'induttore sottoposto a corrente elettrica*.

È noto che una spira attraversata da corrente genera un campo magnetico $\vec{B}$ il cui modulo è proporzionale a i. Inoltre, a sua volta, il flusso φ concatenato alla spira è proporzionale al campo B. Per transitività, possiamo concludere che il flusso magnetico è direttamente proporzionale all'intensità di corrente:

$$\varphi \div B, B \div i \implies \varphi \div i$$

La costante di proporzionalità tra φ e i prende il nome di induttanza L della spira, per cui si può porre:

$$\varphi = L\, i$$

Ricavando L dalla relazione precedente:

$$L = \frac{\varphi}{i}$$

si ottiene l'unità di misura dell'induttanza nel Sistema Internazionale: essa prende il nome di Henry e si indica col simbolo H:

$$1 \text{ Henry} = \frac{1 \text{ Weber}}{1 \text{ Ampere}}$$

L'induttanza, al pari della resistenza e della capacità, è una grandezza che caratterizza ogni elemento presente in un circuito, nonché l'intero circuito stesso. Gli elementi di un circuito nei quali l'induttanza risulta predominante rispetto alla capacità e alla resistenza prendono il nome di induttori. Il simbolo grafico dell'induttanza nei circuiti è H.
L'induttanza, inoltre, è legata alle caratteristiche fisico - geometriche dell'elemento considerato. Per dimostrarlo, calcoliamo l'induttanza di un solenoide nel vuoto. Indicando con N il numero di spire e con φ il flusso attraverso una singola spira, si ha che il flusso totale concatenato al solenoide è

$$\varphi_{tot} = N\, \varphi$$

Dalla definizione di flusso: $\varphi = B\, A \cos\theta$ e tenendo conto che il campo è parallelo all'asse del solenoide ($\theta = 0$, quindi $\cos\theta = 1$), si ottiene che

$$\varphi_{tot} = N\, B\, A$$

ricordando, inoltre, che $B = \mu_0 \frac{N}{l}\, i$, dove l indica la lunghezza del solenoide, si ha

$$\varphi_{tot} = \mu_0 \frac{N^2}{l}\, i\, A$$

per cui

$$L = \frac{\varphi_{tot}}{i} = \frac{\mu_0 \frac{N^2}{l} i A}{i} = \mu_0 \frac{N^2}{l} A$$

oppure, introducendo la densità di spire $n = \frac{N}{l}$

$$L = \mu_0 n^2 l A$$

Se nel solenoide inseriamo un nucleo ferromagnetico di permeabilità relativa μ_r , la formula dell'induttanza diventa:

$$L = \mu_0 \mu_r n^2 l A$$

Osservando la formula, si nota che l'induttanza del solenoide dipende dai parametri geometrici lunghezza area e densità di spire e dai parametri fisici rappresentati dalla permeabilità magnetica del vuoto e dall'eventuale permeabilità magnetica relativa del materiale contenuto nel solenoide.

2.5 Autoinduzione e circuito RL

Consideriamo nuovamente una spira percorsa da corrente e supponiamo che l'intensità di corrente passi dal valore iniziale *i* al valore finale $i + \Delta i$ in un intervallo di tempo Δt. La variazione di flusso associata all'aumento del campo magnetico, a sua volta dovuto all'incremento di *i*, provoca, nella spira, l'insorgere di una corrente indotta che, per la legge di Lenz, risulterà opposta al verso della corrente *i*.
Analogamente, se la corrente *i* venisse diminuita della quantità Δi, insorgerebbe una corrente indotta questa volta concorde alla *i* iniziale, dovendo essa contrastare la diminuzione di flusso. In entrambi i casi la corrente indotta circola finché la corrente non ritorna ad essere costante.
Dato che l'effetto induttivo agisce sulla spira stessa, il fenomeno descritto prende il nome di **autoinduzione** e la stessa corrente indotta viene, più appropriatamente, denominata corrente autoindotta.
Con pochi passaggi, è possibile ricavare una legge sull'autoinduzione a partire dalla legge di Faraday - Neumann:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\varphi(\vec{B})}{\Delta t}$$

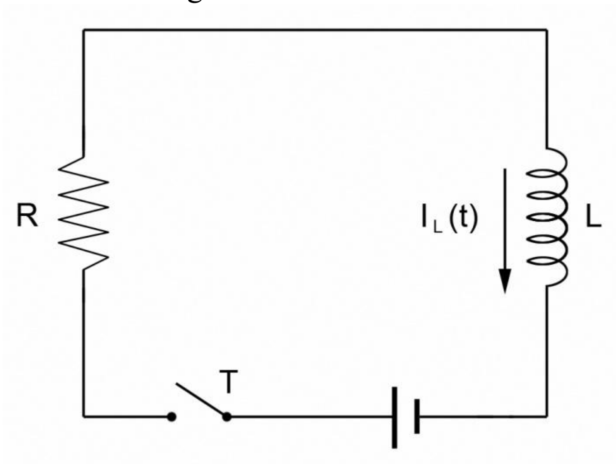
essendo $\varphi = L\, i$ si sostituisce e si porta fuori la costante L:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta(\mathrm{L\,i})}{\Delta t} = -\mathrm{L}\,\frac{\Delta\,\mathrm{i}}{\Delta t}$$

la legge

$$\varepsilon = -\mathrm{L}\,\frac{\Delta\,\mathrm{i}}{\Delta t}$$

prende il nome di **legge dell'autoinduzione**.
Un importante esempio di autoinduzione è dato dal circuito RL: un generatore di f.e.m. è collegato a una resistenza e un'induttanza.



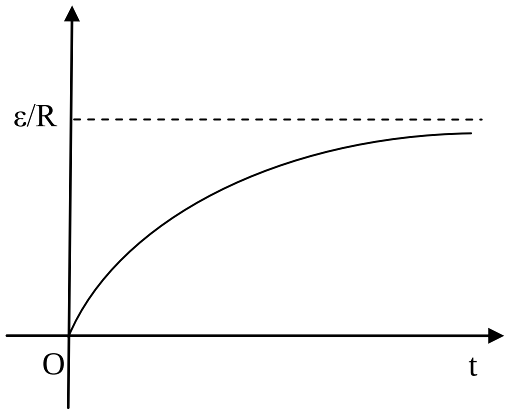
Studiamo due casi:
Il circuito è inizialmente aperto (i = 0) e viene chiuso all'istante iniziale $t_0 = 0$. In assenza di induttanza, la corrente dovrebbe passare istantaneamente dal valore 0 al valore ε/R. La presenza dell'induttanza, però, provoca la comparsa di una corrente indotta, detta extracorrente di chiusura, che per la Legge di Lenz avrà verso opposto a quella "di regime" ε/R. Si dimostra che questa corrente diminuisce nel tempo secondo una legge esponenziale decrescente data dalla relazione:

$$\mathrm{i}' = -\frac{\varepsilon}{\mathrm{R}}\,\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{Rt}}{\mathrm{L}}}$$

il segno meno è legato al verso della *i'*. Sommando la corrente di regime con l'extracorrente di chiusura si ottiene la corrente totale:

$$i' = \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-\frac{Rt}{L}})$$

la cui rappresentazione grafica è



Studiando questa funzione, si ricava che il valore di regime ε/R viene raggiunto solo in tempi infinitamente lunghi, infatti per $t \dashrightarrow \infty$ si ha che $\frac{\varepsilon}{R}\, e^{-\frac{Rt}{L}} \dashrightarrow 0$, quindi $i \dashrightarrow \frac{\varepsilon}{R}$. Notiamo inoltre che la grandezza L/R ha le dimensioni fisiche di un tempo ed è quindi misurabile in secondi, essa viene detta costante di tempo e si indica col simbolo τ. L'espressione della corrente può quindi essere riscritta nella forma:

$$i' = \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

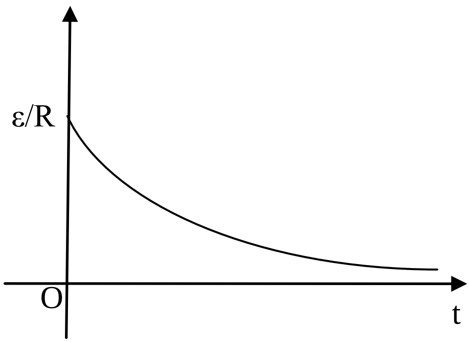
Osservando che per t = τ si ottiene $i' = 0{,}63\, \frac{\varepsilon}{R}$, si può affermare che la costante di tempo rappresenta l'intervallo di tempo necessario affinché la corrente raggiunga il 63% del valore finale. Assegnando a t valori multipli interi di τ, si osserva come la corrente si avvicini sempre più al valore finale, senza mai raggiungerlo esattamente, se non per tempi infinitamente lunghi, giungendo però molto vicino a esso dopo un piccolo numero di τ.

Nel circuito scorre una corrente continua $i = \frac{\varepsilon}{R}$, quando ad un certo istante esso viene aperto. Se non vi fosse l'induttanza, la corrente dovrebbe azzerarsi istantaneamente. La presenza dell'induttanza, che si

oppone alla variazione della corrente, farà sì che nel circuiti continui a circolare una corrente indotta, detta extracorrente di apertura, la cui espressione matematica è:

$$i = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{Rt}{L}}$$

e il cui grafico è



Si può verificare che nell'apertura di un circuito, dopo un tempo pari a 1τ, la corrente si riduce al 37% del valore iniziale, continuando successivamente a decrescere fino a diventare quasi nulla dopo pochi τ. Anche in questo caso, tuttavia, notiamo che il valore finale 0 della corrente viene raggiunto solo in tempi infinitamente lunghi.

2.6 Energia del campo magnetico

Quando un induttore, come un solenoide, è percorso da corrente, al suo interno è presente un campo magnetico al quale è possibile associare una energia. Essa è dovuta al fatto che il generatore, per portare la corrente dopo la chiusura del circuito dal valore iniziale 0 al valore finale $\frac{\varepsilon}{R}$, deve compiere un lavoro contro la f.e.m. indotta. Questo lavoro può essere considerato come il lavoro necessario per creare il campo magnetico nell'induttanza, pertanto esso rappresenta proprio l'energia del campo magnetico.

Per ricavarne l'espressione, scriviamo l'equazione del circuito RL sfruttando il 2° principio di Kirchhoff:

$$\varepsilon = iR + L\,\frac{\Delta\, i}{\Delta\, t}$$

moltiplicando ambo i membri dell'equazione per $i\,\Delta t$ si ottiene:

$$\varepsilon\, i\, \Delta t = i^2\, R\, \Delta t + L\, i\, \Delta i$$

In questa equazione il primo membro rappresenta l'energia fornita dal generatore al sistema nell'intervallo di tempo Δt. Il secondo membro risulta composto di due termini: il termine $i^2\, R\, \Delta t$ rappresenta l'energia dissipata per effetto Joule nella resistenza nel tempo Δt; il termine $L\, i\, \Delta i$ rappresenta il lavoro compiuto dal generatore per aumentare la corrente dal valore i al valore $i + \Delta i$, e quindi l'energia che man mano viene immagazzinata nel campo magnetico.
Per ricavare l'espressione finale dell'energia magnetica si può ricorrere al calcolo integrale:

$$U_B = \int_0^i L i^2\, di = \frac{1}{2}\, L\, i^2$$

Questa legge vale per ogni elemento induttore percorso da corrente.
Nel caso particolare del solenoide è possibile ottenere un'altra utile relazione: sostituendo a L l'espressione $L = \mu_0\, \frac{N^2}{l}\, A$ e sfruttando l'espressione del campo magnetico $B = \mu_0\, \frac{N}{l}\, i$, si ricava un'espressione per la densità di energia magnetica (ricordiamo che essa non è altro che l'energia per unità di volume $u = U/V$):

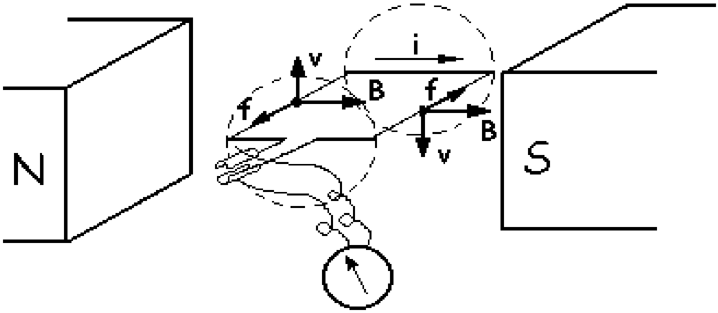
$$u_B = \frac{1}{2}\, \frac{B^2}{\mu_0}$$

Questa espressione risulta essere valida in ogni situazione e afferma che la densità di energia magnetica è direttamente proporzionale al quadrato del campo magnetico.

2.7 Corrente alternata

Produzione di una f.e.m. e di una corrente alternata

Consideriamo una spira di area A immersa in un campo magnetico uniforme e supponiamo che essa possa ruotare attorno a un asse con velocità angolare costante ω. Dalla legge del moto rotatorio uniforme, possiamo affermare che l'angolo θ formato dalla normale alla spira col campo magnetico varia secondo la legge $\theta = \omega t$, per cui il flusso può essere espresso dalla relazione $\varphi = B A \cos(\omega t)$.



Se una spira di area A immersa in un campo magnetico costante ruota attorno al proprio asse, su di essa si induce una corrente elettrica.

Applicando la legge di Faraday-Neumann si ottiene:

$$\epsilon = -\frac{d\varphi}{dt} = -BA\frac{d\cos(\omega t)}{dt} =$$
$$= -\left(-B\,A\,\omega\,\mathrm{sen}(\omega t)\right) = B\,A\,\omega\,\mathrm{sen}(\omega t)$$

Osservando che la quantità $B\,A\,\omega$ rappresenta il valore massimo della f.e.m., perveniamo all'espressione matematica della f.e.m. alternata:

$$\varepsilon = \varepsilon_0\,\mathrm{sen}(\omega t)$$

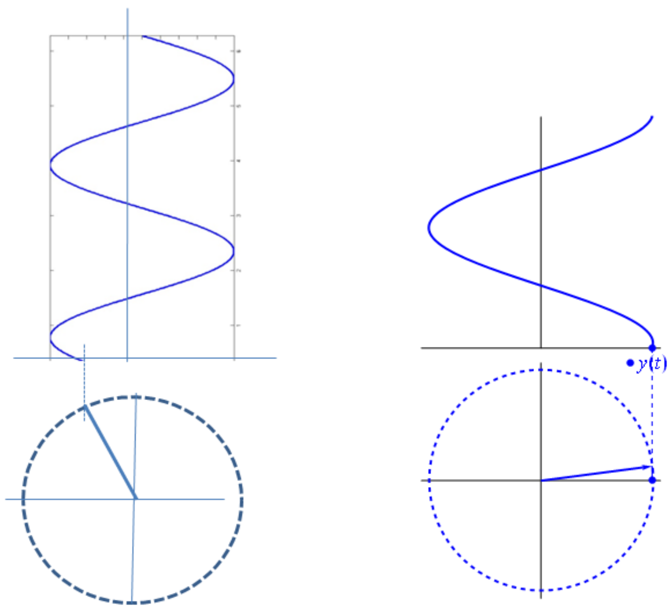
Alla grandezza ω, che costituisce la velocità angolare della spira, diamo il nome di pulsazione della f.e.m. alternata.
Da essa è facile ricavare la frequenza $f = \frac{\omega}{2\pi}$ e il periodo $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$ della f.e.m.
Dall'espressione ricavata deduciamo che la tensione alternata varia secondo legge armonica, cambiando segno ogni mezzo periodo.

Collegando un generatore di tensione alternata a un circuito, si ottiene, in generale, una corrente alternata sfasata rispetto alla tensione di una quantità φ espressa in radianti:

$$i = i_0 \,\text{sen}(\omega t - \varphi)$$

Lo sfasamento φ varia tra $-\pi/2$ e $\pi/2$. Quando $\varphi > 0$ la corrente è in ritardo rispetto alla tensione, vale a dire che, per esempio, assumerà il suo valore massimo o minimo con un certo ritardo rispetto alla tensione. Viceversa, quando $\varphi < 0$ la corrente è in anticipo rispetto alla tensione e raggiungerà il suo valore massimo o minimo prima di essa.
Se $\varphi = 0$, corrente e tensione procedono in fase e raggiungeranno i rispettivi valori massimi o minimi negli stessi istanti.

Diagramma a fasori
Per studiare meglio la relazione tra tensione e corrente alternata, è conveniente ricorrere a una rappresentazione grafica detta diagramma a fasori.



Un fasore può essere visto come un vettore che ruota.

In esso, le due grandezze sono rappresentate da vettori rotanti attorno all'origine di un sistema di assi cartesiani con velocità angolare pari alla pulsazione ω. I moduli dei fasori tensione e corrente sono rispettivamente ε_0 e i_0.
Osservando che l'angolo θ formato dal fasore con l'asse x è proprio pari al prodotto ωt, deduciamo che la proiezione del fasore sull'asse y rappresenta il valore istantaneo della tensione o della corrente. Dall'osservazione del diagramma è facile stabilire quale delle due grandezze precede l'altra e calcolare il valore dello sfasamento.

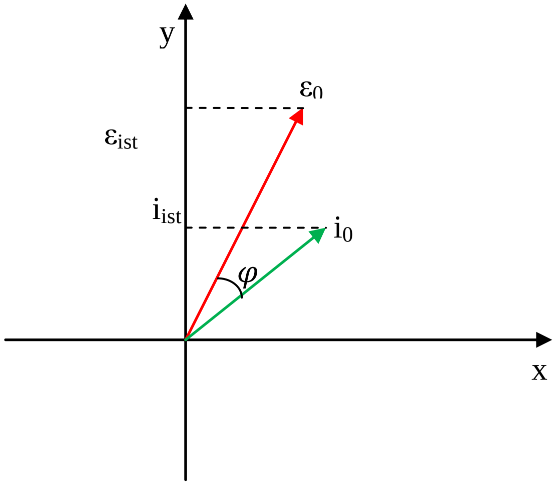
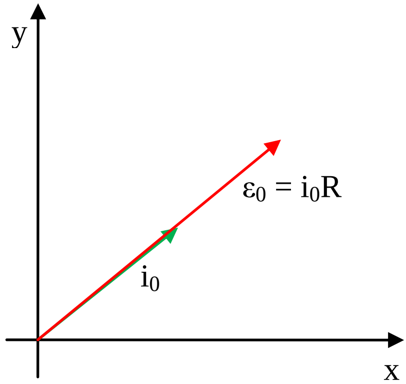


Diagramma a fasori di un circuito in CA. L'angolo φ rappresenta lo sfasamento tra tensione e corrente, mentre le proiezioni sull'asse y danno i valori istantanei delle due grandezze.

Circuito puramente resistivo

Si definisce puramente resistivo un circuito totalmente privo di effetti di autoinduzione dovuti o a variazioni di campi magnetici o ad accumulo di carica (effetti dovuti a campi elettrici variabili).
Consideriamo un circuito in cui siano presenti unicamente un generatore di tensione alternata e una resistenza R. Dalla legge di Ohm $\varepsilon(t) = R\,i(t)$ si ricava $\mathrm{i} = \frac{\epsilon}{\mathrm{R}} = \frac{\varepsilon_0\,\mathrm{sen}(\omega t)}{\mathrm{R}} = \mathrm{i}_0\mathrm{sen}(\omega t)$, essendo $\mathrm{i}_0 = \frac{\varepsilon_0}{R}$

il valore massimo della corrente. Poiché gli argomenti della tensione e della corrente sono gli stessi si dice che essi procedono in fase e $\varphi = 0$.



Nel circuito puramente resistivo corrente e tensione procedono in fase.

La potenza fornita dal generatore viene interamente dissipata, per effetto Joule, nella resistenza. Il suo valore istantaneo è espresso dalla relazione:

$$P = \varepsilon(t)\, i(t) = \varepsilon_0\, i_0\, \mathrm{sen}^2\,(\omega t)$$

Essa quindi oscilla tra il valore minimo 0 e il valore massimo $\varepsilon_0\, i_0$. Per determinare il valore medio di P occorre tenere conto che il valore medio di $\mathrm{sen}^2\,(\omega t)$ è ½ , per cui

$$\langle P \rangle = \tfrac{1}{2}\, \varepsilon_0\, i_0$$

notiamo che la potenza mediamente dissipata è uguale alla metà della potenza istantanea massima.
Definendo mediante le seguenti relazioni

$$\varepsilon_{eff} = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2}} \quad , \quad i_{eff} = \frac{i_0}{\sqrt{2}}$$

i cosiddetti valori efficaci della tensione e della corrente, la relazione precedente diventa

$$\langle P \rangle = \varepsilon_{eff}\, i_{eff}$$

pertanto ε_{eff} e i_{eff} costituiscono i valori di una tensione e una corrente continua per i quali si dissiperebbe la stessa potenza media in alternata.

I valori efficaci

L'effetto Joule: $L = i^2 Rt$ rappresenta il riscaldamento prodotto dal passaggio di una corrente continua *i* in un conduttore (per passare dal lavoro L alla quantità di calore Q basta dividere i due membri per l'equivalente meccanico della caloria J).

Se in un circuito passa corrente alternata invece che continua, si produce riscaldamento e vale la stessa formula?

La risposta alla prima domanda è affermativa: non si pensi che grazie al fatto che la corrente circola prima in un verso e poi nel verso opposto, gli effetti termici che essa provoca si annullino. Basta osservare che nella formula dell'effetto Joule la corrente è elevata al quadrato e quindi il suo verso (positivo o negativo) non produce effetti diversi.

Ma la formula dell'effetto Joule rimane invariata?

Prima di rispondere osserviamo che in un piccolissimo intervallo di tempo *dt* la corrente può essere considerata costante, e quindi la legge precedente può essere considerata valida in tale intervallo di tempo.

Differenziando la legge si ha

$$dL = i^2 R dt$$

Sostituendo l'espressione ricavata i precedenza, avremo

$$dL = (i_0 sen\omega t)^2 R dt = i_0^2 R sen^2(\omega t) dt$$

Integriamo ambo i membri in un ciclo completo (fra 0 e T)

$$L = \int_0^T i_0^2 R sen^2(\omega t) dt = i_0^2 R \int_0^T sen^2(\omega t) dt$$

L'integrale si può risolvere per sostituzione ponendo $\alpha = \omega t$

$$L = \frac{i_0^2 R}{\omega} \int_0^{\omega T} sen^2 \alpha \, d\alpha = \frac{i_0^2 R}{\omega} \left[\frac{2\alpha - sen(2\alpha)}{4} \right]_0^{\omega T} = \frac{i_0^2 R}{2} T$$

Confrontiamo questo risultato con quello valido per la corrente continua

$$i^2 RT = \frac{i_0^2 R}{2} T$$

Semplificando si ottiene

$$i = \frac{i_0}{\sqrt{2}}$$

Questo valore (che prende il nome di **valore efficace** della corrente alternata e si indica anche con il simbolo i_{eff}) corrisponde al valore massimo i_0 (o di picco, come si suol dire) della corrente alternata, diviso per la radice di due.
Rappresenta *il valore che dovrebbe avere una corrente continua per produrre la stessa quantità di calore di quella alternata.*
Moltiplicando per R ambo i membri si ottiene

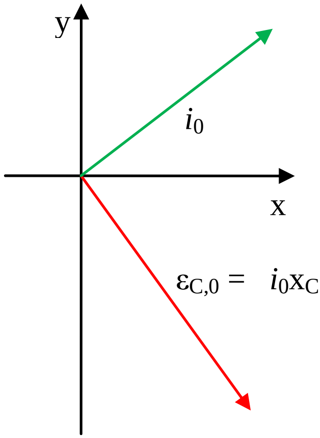
$$V = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

che è **il valore efficace della tensione**.

Circuito puramente capacitivo
Quando un generatore di tensione alternata è collegato unicamente a un condensatore di capacità C, si dimostra che la corrente è in anticipo rispetto alla tensione di ¼ di periodo, ovvero π/2 radianti, pertanto le espressioni della tensione e della corrente sono:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \operatorname{sen}(\omega t) \;,\; i = i_0 \operatorname{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Per ciò che riguarda i valori massimi di tensione e corrente, si dimostra che essi sono legati dalla relazione $i_0 = \omega C \varepsilon_0$. Introducendo la reattanza capacitiva $X_C = \frac{1}{\omega C}$ si può scrivere $i_0 = \frac{\varepsilon_0}{X_C}$. La stessa relazione vale per i valori efficaci. La reattanza capacitiva si misura in ohm (Ω). Essendo il condensatore idealmente privo di resistenza, notiamo, che in questo tipo di circuito non viene dissipata energia.



Nel circuito puramente capacitivo la corrente precede la tensione di $\pi/2$ rad.

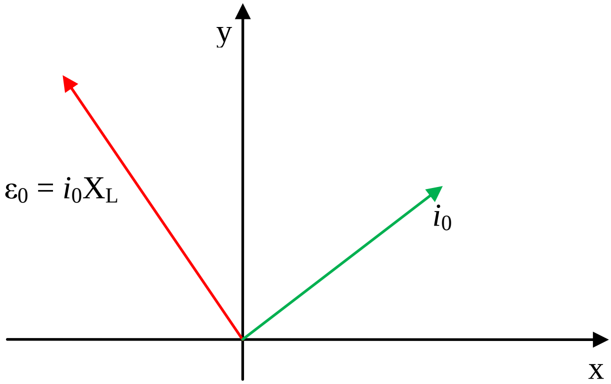
Circuito puramente induttivo
Consideriamo ora un generatore di f.e.m. alternata collegato unicamente a un'induttanza L. In questo caso si dimostra che la corrente è in ritardo di 1/4 di periodo, ovvero $\pi/2$ radianti rispetto alla tensione:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \,\mathrm{sen}(\omega t) \;,\; i = i_0 \,\mathrm{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Anche in questo caso si introduce un'opportuna grandezza misurabile in ohm (Ω), detta **reattanza induttiva**, utile per legare tra loro i valori massimi, ovvero efficaci, di tensione e corrente:

$$i_0 = \frac{\varepsilon_0}{X_L} \text{, con } X_L = \omega L.$$

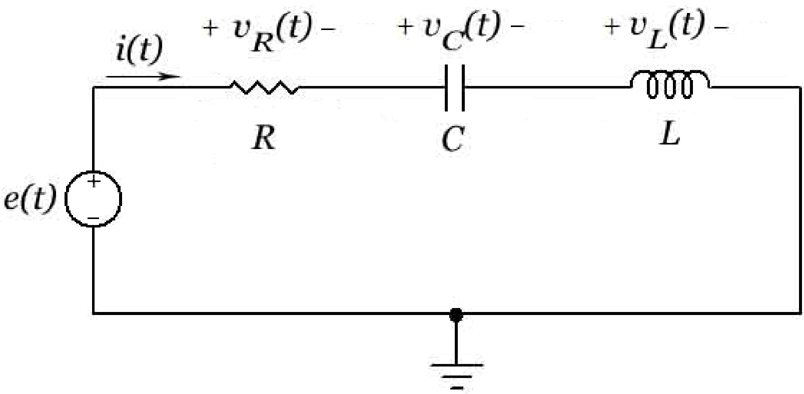
Anche in questo caso non si ha alcuna dissipazione di energia.



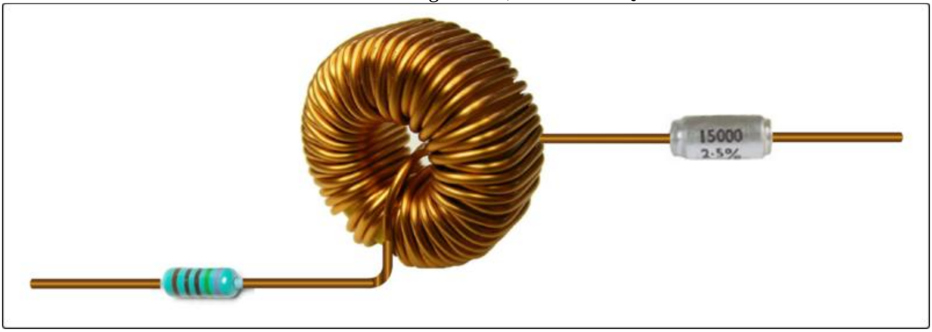
Nel circuito puramente induttivo la corrente è in ritardo rispetto alla tensione di π/2 rad.

Circuito RLC in serie

Consideriamo ora un circuito nel quale una resistenza, un'induttanza e un condensatore sono collegati in serie a un generatore di tensione alternata.



Circuito RLC in serie con generatore costante*.



Circuito RLC in serie: resistore, induttore, capacitore*.

Essendo gli elementi del circuito disposti in serie, essi saranno attraversati dalla stessa corrente, la quale, in generale, risulta sfasata rispetto alla tensione fornita dal generatore:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \text{ sen}(\omega t), \;\; i = i_0 \text{ sen}(\omega t - \varphi)$$

Per quanto detto prima, se $\varphi > 0$ la corrente è in ritardo rispetto alla tensione e il circuito avrà caratteristiche più induttive che capacitive, se $\varphi < 0$ la corrente è in anticipo rispetto alla tensione e avrà caratteristiche più capacitive che induttive, se $\varphi = 0$ gli effetti induttivi saranno neutralizzati da quelli capacitivi e, di conseguenza, corrente e tensione procederanno in fase. D'altra parte, la tensione ai capi di R dovrà procedere in fase con la corrente, la tensione ai capi di L anticipa la corrente di $\pi/2$ rad, mentre la tensione ai capi di C ritarda rispetto alla corrente di $\pi/2$ rad. Tutto ciò può essere evidenziato nel seguente diagramma a fasori nel quale è stato ipotizzato, per ipotesi, un circuito prevalentemente induttivo.

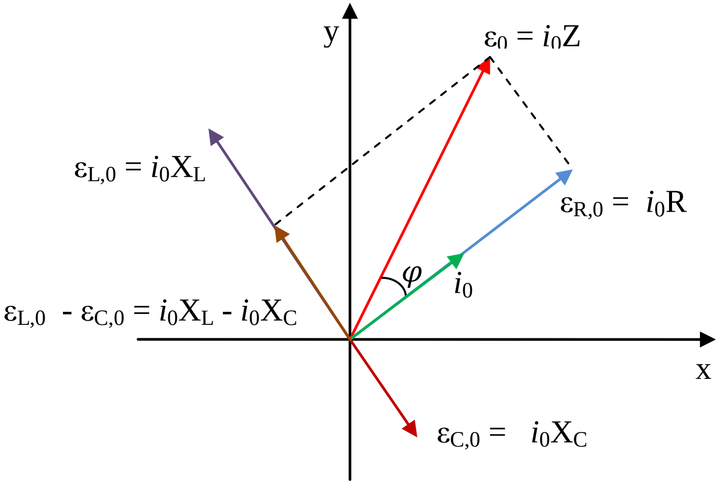


Diagramma a fasori di un circuito RLC in CA prevalentemente induttivo.

Dal diagramma si può altresì notare che vale la relazione

$\varepsilon_0 = \sqrt{\left(\varepsilon_{R,0}^2 + (\varepsilon_{L,0} - \varepsilon_{C,0})^2\right)}$, tenendo conto delle relazioni $\varepsilon_{R,0} = R\, i_0$, $\varepsilon_{C,0} = X_C\, i_0$, $\varepsilon_{L,0} = X_L\, i_0$, si ottiene

$$\varepsilon_0 = \sqrt{(i_0 R)^2 + (i_0 X_L - i_0 X_C)^2)}$$

e quindi

$$\varepsilon_0 = i_0 \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Questa relazione permette di collegare tra loro i valori massimi (o efficaci) della corrente e della tensione in presenza dei tre elementi circuitali: resistenza, capacità e induttanza. Definendo la grandezza impedenza, misurabile in Ω, mediante la formula:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

si può scrivere una sorta di legge di Ohm per i circuiti in corrente alternata:

$$i_o = \frac{\varepsilon_0}{Z}$$

Sempre dal diagramma a fasori, è possibile ricavare una relazione utile per calcolare l'angolo di sfasamento:

$$\tan \varphi = \frac{\varepsilon_{L,0} - \varepsilon_{C,0}}{\varepsilon_{R,0}} = \frac{i_0\, X_L - i_0\, X_C}{i_0\, R}$$

Da cui semplificando si ottiene

$$\tan \varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

Quest'ultima relazione permette di fare le seguenti considerazioni:

- se $X_L > X_C$ (ossia nel caso di alte frequenze) la differenza che compare al numeratore, e quindi l'angolo φ, risultano essere positivi. In questo caso la corrente è in ritardo rispetto alla tensione;
- se $X_L < X_C$ l'angolo φ risulta negativo, per cui la corrente risulta in anticipo rispetto alla tensione;
- se poi $X_L = X_C$ si ha $\varphi = 0$. In questo caso l'impedenza del circuito è pari al valore della resistenza R e la corrente è in fase con la tensione come se l'induttanza e la capacità non ci fossero. La frequenza alla quale si verifica questa condizione viene detta frequenza di risonanza e il suo valore è deducibile dalla condizione $X_L = X_C \rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, da cui

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Riguardo, infine, alla potenza, c'è da osservare che essa viene dissipata unicamente nella resistenza secondo la formula

$$<P> = ½\, \varepsilon_0\, i_0 \cos \varphi$$

ovvero

$$<P> = \varepsilon_{eff}\, i_{eff} \cos \varphi$$

il termine $\cos \varphi$ prende il nome di fattore di potenza. Dalla formula si deduce che la potenza dissipata è massima se $\varphi = 0$, cioè in condizioni di risonanza, mentre risulta nulla se $\varphi = \pm\pi/2$, cioè nel caso di circuito puramente capacitivo o induttivo.

2.8 Mutua induzione e trasformatori

Consideriamo due circuiti: nel primo di essi supponiamo che possa circolare una corrente variabile nel tempo (non necessariamente alternata), il secondo sia posto nelle vicinanze del primo e non sia collegato ad alcuna sorgente di f.e.m. La variazione di flusso concatenato al secondo circuito, dovuta al campo magnetico variabile generato dal primo, produce una f.e.m. indotta data dalla seguente relazione:

$$\varepsilon_2 = - M_{1,2} \frac{\Delta i_1}{\Delta t}$$

Scambiando i circuiti, si ottiene una situazione analoga per il primo circuito:

$$\varepsilon_1 = - M_{2,1} \frac{\Delta i_2}{\Delta t}$$

Le costanti $M_{1,2}$ e $M_{2,1}$ si chiamano coefficienti di mutua induzione, si misurano in Henry e si dimostra che $M_{2,1} = M_{1,2}$.
La più importante applicazione della mutua induzione è data dal trasformatore statico, un dispositivo in grado di elevare o diminuire la tensione ai capi di un circuito. Esso è composto da due circuiti non connessi elettricamente: il primo, detto primario, è collegato a un generatore di tensione alternata ed è composto da N_1 spire; il secondo, detto secondario, è composto da N_2 spire e non è collegato ad alcuna sorgente di f.e.m. Le spire di entrambi i circuiti sono avvolte attorno a un nucleo ferromagnetico che fa sì che tutte le linee del campo magnetico (variabile) del primario siano costrette a concatenarsi nel secondario. Essendo:

$$\varepsilon_1 = - N_1 \frac{\Delta \phi}{\Delta t}, \ \varepsilon_2 = - N_2 \frac{\Delta \phi}{\Delta t}$$

dove ε_1 è la tensione ai capi del primario e ε_2 è la tensione ai capi del secondario, si ha

$$\frac{\Delta \phi}{\Delta t} = - \frac{\varepsilon_1}{N_1} = - \frac{\varepsilon_2}{N_2}$$

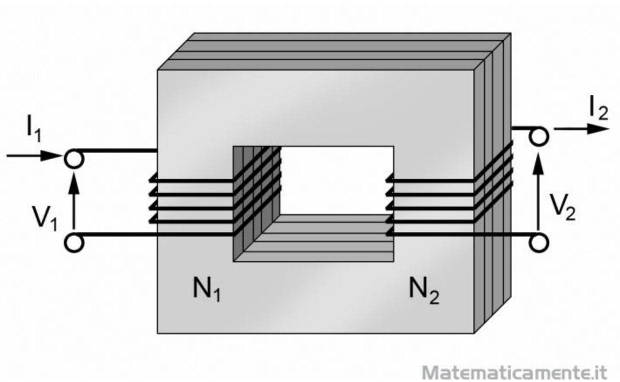
da cui segue la relazione:

$$\varepsilon_2 = \frac{N_2}{N_1}\,\varepsilon_1$$

se $N_2 > N_1$ la tensione nel secondario è maggiore di quella nel primario e il trasformatore è detto elevatore di tensione, viceversa se $N_2 < N_1$ la tensione nel secondario è minore di quella nel primario e il trasformatore funge da riduttore di tensione.
Essendo trascurabile la dissipazione di energia, si ha inoltre:

$$P_1 = P_2 \rightarrow \varepsilon_1\, i_1 = \varepsilon_2\, i_2 \rightarrow i_2 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\, i_1 \rightarrow i_2 = \frac{N_1}{N_2}\, i_1$$

abbiamo così ricavato la legge di trasformazione delle correnti in un trasformatore.



Schema di trasformatore riduttore di tensione ($N_2 < N_1$): le spire sono strettamente avvolte attorno a un nucleo ferromagnetico, che ha lo scopo di aumentare il campo magnetico e di convogliarne le linee dal primario al secondario. La suddivisione in lamelle del nucleo ferromagnetico impedisce la formazione di correnti parassite.

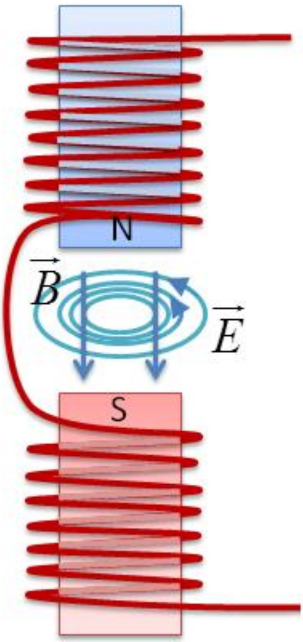
Approfondimenti

La legge di Lenz all'opera, video
http://www.youtube.com/watch?v=nqMnDfNWlLM&noredirect=1
Forza elettromotrice indotta, simulazione
http://www.phy.hk/wiki/englishhtm/Induction.htm
Circuito oscillante RLC, simulazione
http://www.walter-fendt.de/ph14i/osccirc_i.htm
Motore elettrico a corrente continua, simulazione
http://www.walter-fendt.de/ph14i/electricmotor_i.htm
Generatore, simulazione
http://www.walter-fendt.de/ph14i/generator_i.htm
Legge di Ohm, simulazione
http://www.walter-fendt.de/ph14i/ohmslaw_i.htm
Legge di Faraday, simulazione
http://phet.colorado.edu/sims/faradays-law/faradays-law_it.jar
Legge di Ohm, simulazione
http://phet.colorado.edu/sims/ohms-law/ohms-law_it.jar

3. ONDE ELETTROMAGNETICHE ED EQUAZIONI DI MAXWELL

3.1 Campo magnetico variabile nel tempo

Consideriamo un’elettrocalamita e supponiamo di poter variare il campo magnetico nello spazio compreso tra le sue espansioni polari. Il campo magnetico variabile nel tempo genera un campo elettrico indotto le cui linee risultano chiuse e la cui circuitazione è diversa da zero, essendo questo campo non conservativo.



Un aumento del campo magnetico fra i poli dell’elettrocalamita genera un campo elettrico indotto non conservativo, le cui linee risultano delle circonferenze concentriche perpendicolari alle linee del campo magnetico.

Ricordando che la circuitazione del campo elettromotore di un generatore coincide con la sua f.e.m., possiamo identificare la circuitazione di questo campo elettrico indotto con la f.e.m. indotta.

$$C_{(\vec{E})} = \Sigma E_i \Delta l_i cos\theta_i = \frac{q\Sigma E_i \Delta l_i cos\theta_i}{q} = \frac{L}{q} = \varepsilon$$

Dalla legge di Faraday – Neumann si ottiene la relazione

$$C_{(\mathbf{E})} = - \frac{\Delta\phi_{\mathbf{B}}}{\Delta t}$$

La quale rappresenta un altro modo di esprimere la legge di Faraday – Neumann e costituisce la terza equazione di Maxwell.
Il significato di questa relazione è che un campo magnetico variabile nel tempo non può esistere come entità isolata, in quanto esso genera inevitabilmente un campo elettrico, essendo la sua circuitazione diversa da zero, il campo elettrico indotto non è conservativo.

3.2 Campo elettrico variabile nel tempo

Consideriamo un condensatore piano e supponiamo che il campo elettrico tra le sue armature sia variabile nel tempo. La variazione del campo elettrico tra le armature genera un campo magnetico indotto le cui linee risultano chiuse.
Maxwell dimostrò che la rapidità con cui varia il flusso del campo elettrico equivale a in passaggio di corrente tra le armature del condensatore. Questa ipotetica corrente, che in realtà è conseguenza della continua variazione della carica depositata sulle armature, è detta corrente di spostamento e la sua espressione è:

$$i_S = \varepsilon_0 \frac{\Delta\phi_{\mathbf{E}}}{\Delta t}$$

Per ricavarla consideriamo l'espressione del campo elettrico tra le armature di un condensatore

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}$$

La variazione di E è data dalla relazione $\Delta E = \frac{\Delta Q}{\varepsilon_0 A}$. Per il flusso si ha:

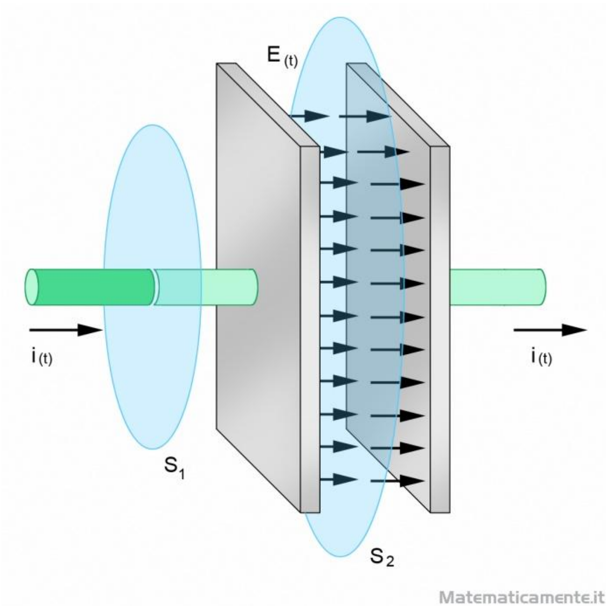
$$\Delta\phi_{(E)} = A \cdot \Delta E = A \frac{\Delta Q}{\varepsilon_0 A} = \frac{\Delta Q}{\varepsilon_0}$$

Dividendo membro a membro per Δt si ottiene:

$$\frac{\Delta\phi_{(\vec{E})}}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\varepsilon_0 \Delta t}$$

La grandezza $\Delta Q/_{\Delta t}$ è proprio la corrente di spostamento i_s, per cui si ha:

$$i_S = \varepsilon_0 \frac{\Delta\phi_{(\vec{E})}}{\Delta t}$$



La corrente i_t, concatenata a S_1, genera un campo magnetico la cui circuitazione è μ_0 i_t. Analogamente anche lungo S_2, pur in assenza di correnti di cariche, dovremmo ottenere una circuitazione μ_0 i. L'unico modo per ottenere questo risultato è ammettere, tra le armature del condensatore, la presenza della corrente di spostamento.

Nel caso più generale, immaginando una regione dello spazio sede di un campo elettrico variabile e nella quale siano presenti correnti concatenate a un percorso lungo il quale si voglia calcolare la circuitazione di $\vec{B}$, e ricordando il teorema della circuitazione di Ampère, trattando la corrente di spostamento alla stregua di tutte le altre correnti, si può scrivere:

$$C_{(\mathbf{B})} = \mu_0 \, (i + i_s) = \mu_0 \, (i + \varepsilon_0 \frac{\Delta\phi_{\mathbf{E}}}{\Delta t})$$

Questa equazione prende il nome di legge di Ampere – Maxwell e costituisce la quarta equazione di Maxwell.

3.3 Equazioni di Maxwell

Per dare una visione il più sintetica possibile dell'intero elettromagnetismo, si considerano quattro equazioni fondamentali, dette equazioni di Maxwell, dalle quali è possibile derivare tutte le proprietà del campo magnetico. Esse sono:

I. $\varphi(\vec{E}) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ **teorema di Gauss per l'elettrostatica.** *Il flusso del vettore campo elettrico attraverso una superficie chiusa è direttamente proporzionale alla carica totale contenuta all'interno della superficie considerata.*

II. $\varphi(\vec{B}) = 0$ **teorema di Gauss per il magnetismo.** *Il flusso del vettore campo magnetico attraverso una superficie chiusa è sempre nullo.*

III. $C(\vec{E}) = -\frac{\Delta\phi_{\vec{B}}}{\Delta t}$ **legge di Faraday – Neumann – Lenz.** *La circuitazione del campo elettrico lungo una linea chiusa è uguale e contraria alla rapidità con cui varia il flusso del campo magnetico concatenato con la linea stessa.*

IV. $C(\vec{B}) = \mu_0 \left(i + \varepsilon_0 \frac{\Delta\phi_{\vec{E}}}{\Delta t}\right)$ **legge di Ampere – Maxwell.** *La circuitazione del campo magnetico lungo una linea chiusa è direttamente proporzionale alla somma delle correnti di conduzione e della corrente di spostamento concatenate con la linea considerata.*

Osserviamo che nel vuoto, ossia in assenza di cariche e correnti di conduzione, le equazioni di Maxwell si riducono a:

I. $\varphi(\vec{E}) = 0;$

II. $\varphi(\overrightarrow{BE}) = 0;$

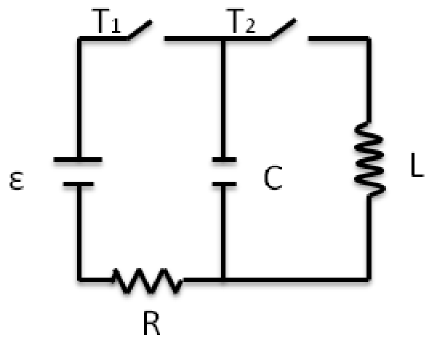
III. $C(\vec{E}) = -\frac{\Delta\phi_{\vec{B}}}{\Delta t}$

IV. $C(\vec{B}) = \mu_0\, \varepsilon_0 \frac{\Delta\phi_{E}}{\Delta t}$

Le equazioni relative al flusso e quelle relative alla circuitazione presentano un'evidente simmetria. Dalle ultime due, in particolare, emerge che un campo elettrico variabile produce un campo magnetico a sua volta variabile il quale, a sua volta, genererà nuovamente un campo elettrico variabile e così via. Ciò significa che nei fenomeni non stazionari i due campi non possono esistere come entità a sé stanti, bensì formano un'unica entità fisica detta campo elettromagnetico. Inoltre, il fatto che i campi si inducano l'uno con l'altro porta alla previsione che il campo elettromagnetico possa viaggiare nello spazio vuoto sotto forma di onde elettromagnetiche.

3.4 Circuito LC

Il circuito LC è costituito da un condensatore C e un'induttanza L collegati tra loro. Il circuito è privo di sorgenti dei f.e.m. ed è idealmente privo di resistenza.



Chiudendo il tasto T_1 lasciando aperto T_2 si carica il condensatore. Al completamento della carica, si apre T_1 escludendo così il generatore. Pertanto, all'istante iniziale il condensatore è completamente carico.
Chiudendo il tasto T_2, il condensatore ha la tendenza a scaricarsi provocando un passaggio di corrente nell'induttanza L. In L però il fenomeno dell'autoinduzione provoca una corrente indotta che si oppone continuamente alla variazione della corrente nel circuito. Si dimostra che l'effetto complessivo è quello di innescare oscillazioni armoniche della carica sulle armature di C e della corrente secondo le leggi:

$$Q = Q_0 \cos(\omega t)$$
$$i = -i_0 \,\text{sen}(\omega t)$$

le oscillazioni sono dette libere per mancanza di smorzamenti dovuti a dissipazioni di energia, data l'assenza di resistenza.
In entrambe le leggi si ha che la pulsazione ω è data dalla relazione

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

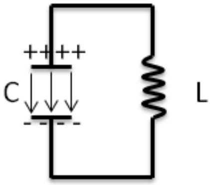
per cui la frequenza delle oscillazioni è

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

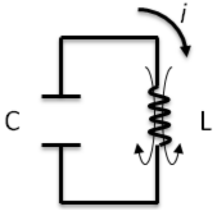
ed è detta frequenza propria del sistema.
Si nota dalle espressioni precedenti lo sfasamento di π/2 rad tra carica e corrente, sicché quando la carica è massima la corrente è nulla, quando la carica è nulla la corrente è massima, ecc. Ricordando le espressioni dell'energia elettrostatica in un condensatore e dell'energia magnetica in un'induttanza:

$$U_E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$
$$U_B = \frac{1}{2} Li^2$$

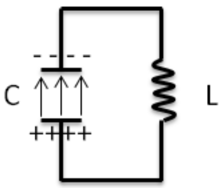
si può comprendere come anche le due forme di energia varino con sfasamento di π/2 rad: l'assenza di dissipazioni dell'energia fa sì che l'energia complessiva del sistema rimanga costante e le due forme di energia si trasformino continuamente l'una nell'altra.
Riassumiamo la situazione evidenziando i valori di carica, corrente e delle 2 forme di energia in alcuni particolari momenti di una singola oscillazione:



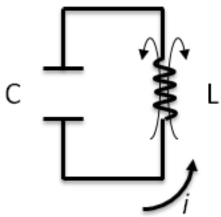
All'istante t=0 si ha che Q e U_E sono massime, mentre U_B e *i* sono nulle.



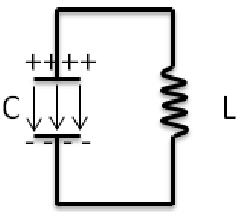
All'istante t = T/4 si ha che Q e U_E sono nulle, mentre U_B e *i* sono massime.



All'istante t = T/2 si ha che Q e U_E sono nuovamente massime, però la carica sulle armature del condensatore è invertita. U_B e *i* sono nulle.



All'istante t = ¾ T si ha che Q e $U\varepsilon$ sono nuovamente nulle, mentre U_B e *i* sono massime. La corrente ha invertito il verso di circolazione.



Per t = T si ritorna alla situazione iniziale. Il sistema è pronto a compiere un altro ciclo.

Esaminando attentamente le varie fasi del ciclo, si nota come le oscillazioni libere della corrente assomiglino alle oscillazioni libere di una massa attaccata a una molla: la corrente varia come la velocità, mentre la carica varia come la posizione della massa, costituendo, in un certo senso, l'inerzia del sistema; il ruolo dell'induttanza è simile a quello della molla (in pratica è come se esercitasse una forza di richiamo sulla carica).

Osserviamo infine che, nella pratica, è impossibile eliminare del tutto la resistenza, per cui per ottenere oscillazioni della corrente simili a quelle di un circuito LC si ricorre a un circuito RLC posto in condizioni di risonanza, cioè con frequenza uguale (o comunque molto prossima) a quella propria del sistema

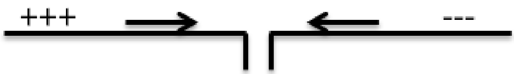
$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

In queste condizioni, in ogni ciclo, il generatore compensa esattamente l'energia dissipata nella resistenza. Oscillazioni di questo tipo vengono dette forzate.

3.5 Onde elettromagnetiche

Osserviamo preliminarmente che per generare un'onda elettromagnetica non è sufficiente disporre di cariche in moto uniforme, ciò perché il campo elettrico e quello magnetico generati sono stazionari. È necessario perciò, per generare la perturbazione, che le cariche siano in una qualsiasi maniera accelerate. Il circuito oscillante descritto in precedenza, per esempio, dà la possibilità di accelerare le cariche e di generare onde elettromagnetiche.

Collegando un circuito LC a un'antenna a dipolo, è possibile far oscillare su di essa le cariche elettriche. L'oscillazione delle cariche genera un campo elettrico variabile che, per la quarta equazione di Maxwell, genera un campo magnetico anch'esso variabile che, per la terza equazione di Maxwell, rigenera a una certa distanza dall'antenna il campo elettrico precedente. Questo meccanismo si ripete indefinitamente permettendo al segnale elettromagnetico di viaggiare nello spazio vuoto sotto forma di onda.



Antenna a dipolo: le cariche, oscillando tra i due estremi, generano un'onda elettromagnetica.

Esaminiamo ora le principali proprietà delle onde elettromagnetiche.

a) Viaggiano nel vuoto a una velocità uguale per tutti gli osservatori data dalla relazione

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

il valore approssimativo di c è $3{,}00 \cdot 10^8$ m/s.
Oltre che nel vuoto, le onde elettromagnetiche viaggiano in tutti i mezzi trasparenti con velocità $v < c$.

b) Sono caratterizzate da una frequenza e una lunghezza d'onda legate dalla relazione $\lambda \cdot f = c$. Al crescere della frequenza, e al diminuire della lunghezza d'onda, cresce l'energia trasportata dall'onda. In base alla frequenza o alla lunghezza d'onda, è possibile classificare le onde in 7 classi contenenti onde elettromagnetiche dalle caratteristiche simili, ottenendo il cosiddetto spettro elettromagnetico. Partendo dalle onde a più basse frequenza, ovvero più alta lunghezza d'onda, si ottiene la seguente classificazione:

- **Onde radio**, con frequenza fino a 10^9 Hz: sono generate per mezzo di circuiti elettronici e sono utilizzate nei sistemi trasmittenti radio televisivi;
- **Microonde**, con frequenza compresa tra 10^9 e 10^{11} Hz: sono generate anch'esse da circuiti elettronici e sono usate, tra l'altro, nella telefonia mobile, dai radar e dai forni a microonde;
- **Radiazione infrarossa**, con frequenza compresa tra $3 \cdot 10^{11}$ e $4 \cdot 10^{14}$ Hz: è generata dalle vibrazioni e rotazioni molecolari della materia e trasporta energia termica, dando luogo al fenomeno dell'irraggiamento termico;

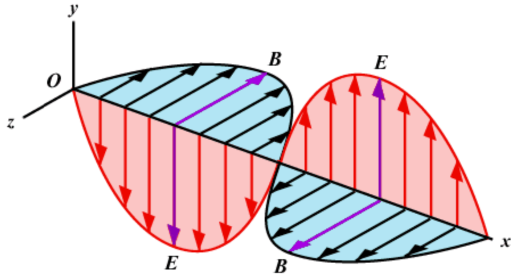
- **Radiazione visibile**, con frequenza compresa tra $4 \cdot 10^{14}$ e $8 \cdot 10^{14}$ Hz: è la parte di spettro elettromagnetico alla quale è sensibile l'occhio umano ed è generata dalle transizioni elettroniche;
- **Radiazione ultravioletta**, con frequenza compresa tra $8 \cdot 10^{14}$ e $3 \cdot 10^{17}$ Hz: anch'essa è generata dalle transizioni elettroniche ed è responsabile, tra l'altro dell'abbronzatura della nostra pelle, risultando però dannosa per il nostro organismo se assorbita in dosi eccessive;
- **Raggi X**, con frequenza compresa tra $3 \cdot 10^{17}$ e $5 \cdot 10^{19}$ Hz: sono prodotti mediante violente decelerazioni di elettroni ad alta velocità all'interno di metalli pesanti. Dato che attraversano i tessuti molli del nostro corpo, ma sono assorbiti dalle ossa, vengono impiegati nella diagnostica medica. La loro caratteristica di indurre processi chimici negli organismi viventi li rende dannosi per lunghe esposizioni;
- **Raggi γ**, con frequenza superiore a $5 \cdot 10^{19}$ Hz: sono emessi dai nuclei radioattivi nel corso dei decadimenti nucleari. Sono estremamente nocivi per gli organismi viventi, anche a seguito di brevi esposizioni, e sono impiegati per la sterilizzazione degli strumenti chirurgici e nella radioterapia dei tumori.

c) Sono onde trasversali piane, in quanto il campo $\vec{E}$, il campo $\vec{B}$ e la direzione di propagazione sono mutuamente perpendicolari. I campi $\vec{E}$ e $\vec{B}$ oscillano in fase:

$$E = E_0 \text{ sen}(kx - \omega t) \text{ , } B = B_0 \text{ sen}(kx - \omega t)$$

$$\text{con } k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ numero d'onda e } \omega = \frac{2\pi}{T} \text{ pulsazione}$$

I loro moduli sono legati dalla relazione E = v B



I campi E e B oscillano in fase e sono perpendicolari tra loro e alla velocità dell'onda.

d) Trasportano energia elettromagnetica, ottenibile sommando le energie trasportata dai due campi:

$$u = u_E + u_B = \frac{1}{2}\,\varepsilon_0\,E^2 + \frac{1}{2\mu_0}\,B^2\,,$$

dove u è la densità media di energia ed E e B sono i valori istantanei dei campi.

Osservando che il contributo all'energia di $\vec{E}$ è uguale a quello di $\vec{B}$: $u_E = u_B$, possiamo scrivere:

$$u = 2u_E = \varepsilon_0\,E^2$$

oppure

$$u = 2u_B = \frac{B^2}{\mu_0}$$

Passando poi al valore medio, tenendo conto che in un'oscillazione il valore medio del quadrato di ciascun campo è la metà di quello massimo, si ricava

$$\bar{u} = \frac{1}{2}\,\varepsilon_0\,E_{max}^2 = \varepsilon_0\,E_{eff}^2$$

oppure

$$\bar{u} = \frac{1}{2\mu_0}\,B_{max}^2 = \frac{B_{eff}^2}{\mu_0}$$

con $E_{eff} = \frac{E_{max}}{\sqrt{2}}$, $B_{eff} = \frac{B_{max}}{\sqrt{2}}$

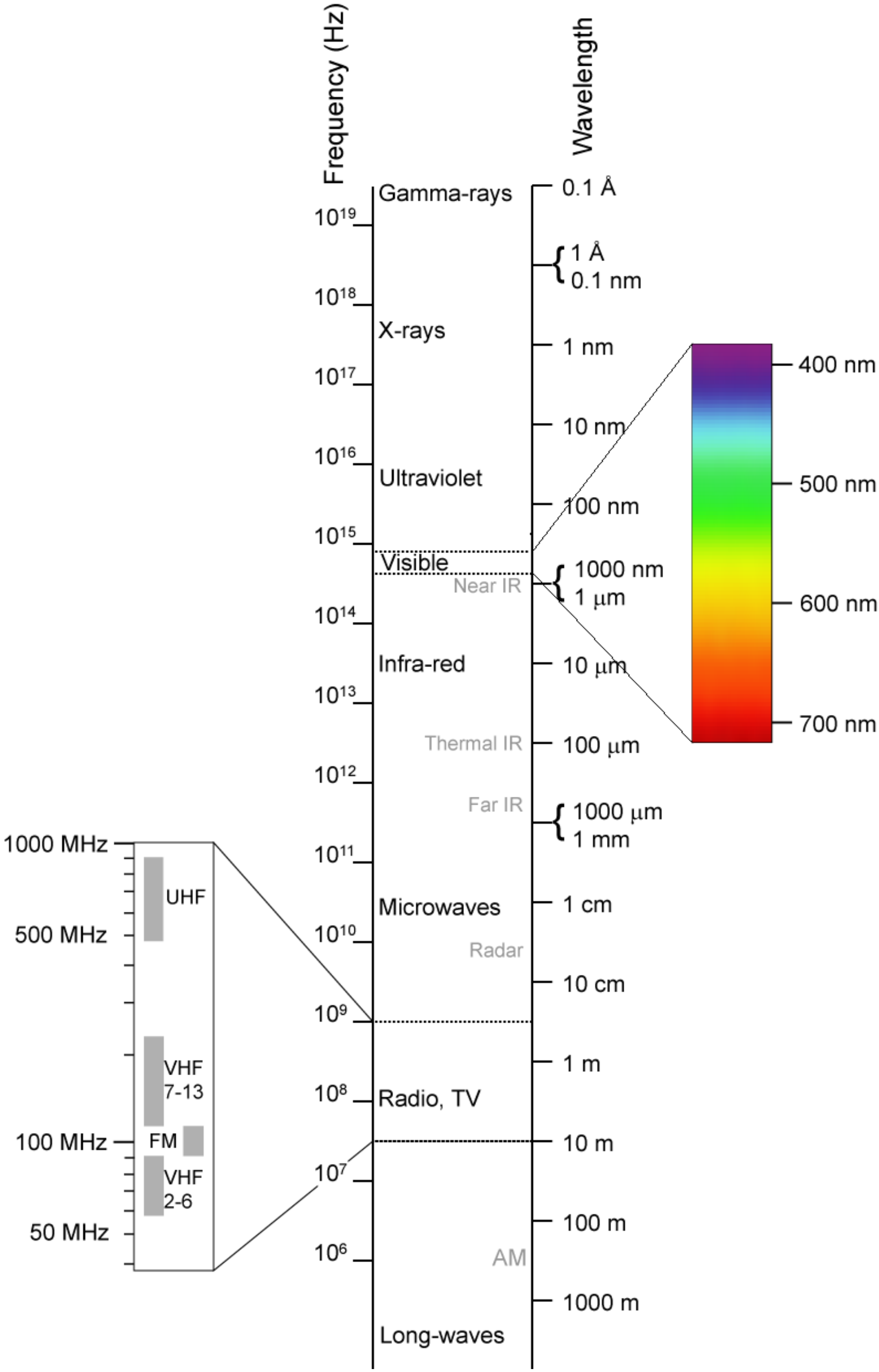
Si considera, inoltre, la grandezza fisica intensità dell'onda, definita come la potenza irradiata per unità di superficie (unità di misura W/m^2):

$$I = \frac{E}{A\,\Delta t}$$

si dimostra che $\bar{I} = c\,\bar{u}$, pertanto $\bar{I} = c\,\varepsilon_0\,E_{eff}^2 = \frac{c\,B_{eff}^2}{\mu_0}$.

e) Trasportano quantità di moto secondo la relazione $p = \frac{U}{c}$, dove U è l'energia totale assorbita da una superficie sulla quale incide l'onda. La quantità di moto trasmessa alla superficie equivale a una vera e propria pressione, detta pressione di radiazione, esercitata dall'onda sulla materia. Si può dimostrare che la pressione di radiazione è legata all'intensità media dell'onda dalla relazione :

$$p_r = \frac{\bar{I}}{c}$$


Frequency (Hz)
Wavelength
Gamma-rays
X-rays
Ultraviolet
Visible
Near IR
Infra-red
Thermal IR
Far IR
Microwaves
Radar
Radio, TV
AM
Long-waves
10^{19}
10^{18}
10^{17}
10^{16}
10^{15}
10^{14}
10^{13}
10^{12}
10^{11}
10^{10}
10^{9}
10^{8}
10^{7}
10^{6}
0.1 Å
1 Å
0.1 nm
1 nm
10 nm
100 nm
1000 nm
1 μm
10 μm
100 μm
1000 μm
1 mm
1 cm
10 cm
1 m
10 m
100 m
1000 m
400 nm
500 nm
600 nm
700 nm
1000 MHz
UHF
500 MHz
VHF
7-13
100 MHz
FM
VHF
2-6
50 MHz

Approfondimenti

Elettromagnetismo 1, prima parte, video
http://www.youtube.com/watch?v=1Tg93UzDBM8
Elettromagnetismo 1, seconda parte, video
http://www.youtube.com/watch?v=80_SQLlH-AQ
Elettromagnetismo 2, prima parte, video
http://www.youtube.com/watch?v=HzgJFZQEe8U
Elettromagnetismo 2, seconda parte, video
http://www.youtube.com/watch?v=BCLH0qlBYIU
Elettromagnetismo 3, prima parte, video
http://www.youtube.com/watch?v=5lJCMRufgXg
Elettromagnetismo 3, seconda parte, video
http://www.youtube.com/watch?v=5lJCMRufgXg
Elettromagnetismo 4, video
http://www.youtube.com/watch?v=WX6L8j1GlAo
Generazione di forze elettromotrici alternate sinusoidali
http://www.sandroronca.it/areacomune/femas/sinus0_low.html
Circuito RL, simulazione
http://www.claudiocancelli.it/web_education/fisica/inductor%20dc%20charging.swf
Circuito RL, simulazione
http://www.claudiocancelli.it/web_education/fisica/inductor%20dc%20charging,discharging.swf
Circuito LC, simulazione
http://www.claudiocancelli.it/web_education/fisica/LC%20circuit%20oscillation.swf
Circuito RLC, simulazione
http://www.claudiocancelli.it/web_education/fisica/RLC%20circuit%20damped%20oscillation.swf
Onde longitudinali e trasversali, simulazione
http://groups.physics.northwestern.edu/vpl/waves/wavetypes.html

4. RELATIVITÀ

4.1 Inconciliabilità tra la teoria elettromagnetica di Maxwell e la legge di composizione classica delle velocità

Con i progressi conseguiti nell'Ottocento riguardo, in particolare, le conoscenze nel campo della termodinamica e dell'elettromagnetismo, sembrava che i fisici fossero riusciti a elaborare una teoria in grado di spiegare in modo organico tutti i fenomeni conosciuti. In particolare, proprio le equazioni di Maxwell, che contenevano tra l'altro la previsione delle onde elettromagnetiche, sembravano descrivere in modo sintetico ed elegante i fenomeni elettromagnetici. Però, proprio in queste equazioni era contenuta una contraddizione con la relatività galileiana riguardo la velocità della luce.

La velocità della luce all'epoca era stata misurata con notevole precisione e il valore sperimentale si accordava con quello previsto dalle equazioni di Maxwell:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3{,}00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Secondo la formula precedente, la velocità della luce è legata a due costanti della Fisica, la costante dielettrica del vuoto e la permeabilità magnetica del vuoto, il cui valore non dipende dall'osservatore. Secondo la legge di composizione classica delle velocità, però, la velocità della luce dovrebbe dipendere dall'osservatore.

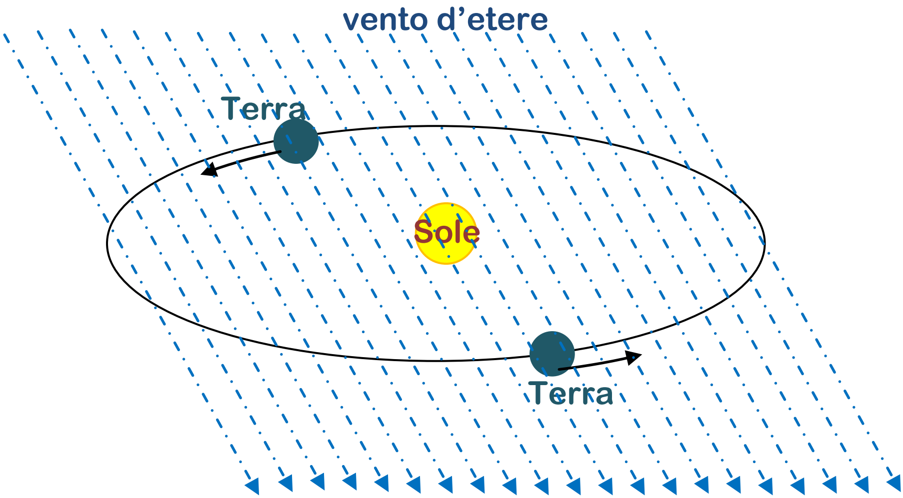
Infatti, consideriamo per esempio una persona che a bordo di un vagone in movimento con velocità v rispetto a un osservatore O invia un raggio di luce nello stesso verso del moto del vagone: per l'osservatore O la velocità del raggio di luce è v' = v + c (quindi maggiore di c). Se invece il raggio di luce è inviato nel verso opposto al movimento del vagone, O misurerà una velocità v' = c - v (quindi minore di c).

È evidente l'inconciliabilità tra quanto prevedono le equazioni di Maxwell e quello che era ritenuto un cardine della fisica.

4.2 Teoria dell'etere ed esperimento di Michelson - Morley

L'importanza della legge di composizione classica delle velocità era tale da non far pensare agli scienziati che potesse esservi contenuta qualche inesattezza. D'altra parte, il successo della teoria

elettromagnetica di Maxwell, primo tra tutti la previsione, confermata sperimentalmente, dell’esistenza delle onde elettromagnetiche, non poteva indurre ad abbandonare una così proficua teoria. Si cercò, così, di trovare una spiegazione che potesse salvare la validità di entrambe le teorie.
Tra i vari tentativi, quello che trovò maggior credito va sotto il nome di **teoria dell’etere**. Si immaginava che tutti i corpi celesti si muovessero in una sostanza, detta appunto etere, perfettamente trasparente, estremamente rigida ed elastica in modo da permettere l’elevata velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche ma, nello stesso tempo, del tutto imponderabile in modo da non ostacolare il moto dei corpi celesti. Le equazioni di Maxwell, secondo questa teoria, valgono solo nel sistema di riferimento dell’etere, il quale è supposto immobile costituendo, pertanto, un sistema di riferimento assoluto. A tutti i sistemi di riferimento in moto rispetto all’etere, compreso il riferimento terrestre, devono essere applicate le trasformazioni di Galileo: in questo modo si potrebbero conciliare equazioni di Maxwell e relatività galileiana.

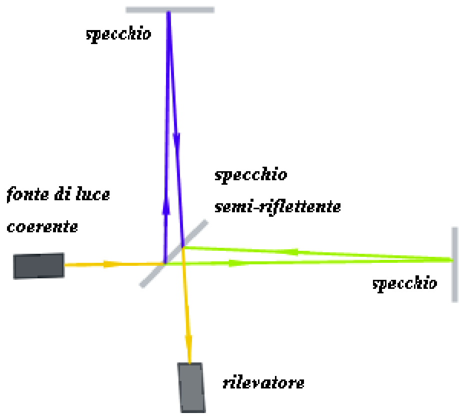


La Terra nel suo movimento rispetto al vento d’etere.

A questo punto, per accreditare la teoria dell’etere, è necessaria una verifica sperimentale della sua esistenza. Il più importante tentativo fu fatto dagli scienziati americani Michelson e Morley.

In questo esperimento, svoltosi tra il 1883 e il 1887, i due fisici partirono dal presupposto che la Terra è in movimento rispetto all'etere con una velocità tangenziale di rotazione di circa 1500 km/h, orbitando contemporaneamente attorno al Sole (considerato fermo rispetto all'etere) alla velocità di circa 100000 km/h. Pertanto facendo interferire due raggi di luce con una particolare apparecchiatura, detta interferometro, si dovrebbero ottenere frange d'interferenza diverse a seconda del cammino dei raggi, i quali vennero inviati sia a favore, sia contro, sia trasversalmente al cosiddetto vento d'etere (ricordiamo che se la Terra è in moto rispetto all'etere, anche l'etere è in moto relativamente alla Terra).

Dopo 4 anni di accurate misure, non venne osservato alcuno spostamento delle frange d'interferenza e pertanto fallì il tentativo di rivelare sperimentalmente la presenza dell'etere.



Interferometro di Michelson*

4.3 Le trasformazioni di Lorentz

Nonostante l'esito negativo dell'esperimento di Michelson e Morley, gli scienziati erano restii a invalidare, sia pure per i soli fenomeni elettromagnetici, i principi della relatività galileiana.

Fermamente convinto dell'esistenza dell'etere, il fisico olandese Lorentz propose una teoria secondo la quale, muovendosi rispetto all'etere, la Terra ne provocherebbe una sorta di trascinamento tale da contrarre le distanze, nel verso del moto, di un fattore $\sqrt{1-\beta^2}$, con $\beta = \frac{v}{c}$, e dilatare la misura degli intervalli di tempo secondo un fattore $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$. In tal modo si spiegherebbe il risultato dell'esperimento di Michelson - Morley.

Per via puramente matematica, Lorentz determinò il gruppo di equazioni che permettono di collegare i parametri spazio-temporali del sistema S solidale all'etere e del sistema S' in moto rispetto all'etere con velocità costante v parallela all'asse x:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma(x - vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - (\frac{v}{c^2})x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma[t - \frac{v}{c^2}x]$$

Queste equazioni prendono il nome di **trasformazioni di Lorentz**.

In esse si nota la dipendenza della coordinata spaziale, misurata da S', parallela al moto dal fattore γ, che è quindi una sorta di fattore correttivo dell'equazione classica x' = x - vt, mentre le altre due coordinate spaziali non vengono alterate dal moto. Analogamente, il tempo misurato dall'osservatore in moto non solo è corretto del fattore γ, ma è anche influenzato dalla posizione x misurata nel sistema S, ciò costituisce una profonda modifica dell'equazione classica t' = t. Si nota

che se v << c (v molto minore di c), le trasformazioni di Lorentz tendono verso quelle di Galileo.
Lorentz non dette alcuna interpretazione fisica delle sue trasformazioni e le considerò un puro artificio matematico che poteva giustificare l'esito dell'esperimento di Michelson e Morley. D'altra parte, l'estrema debolezza della teoria di Lorentz sta nell'assoluta impossibilità di verificare l'esistenza della contrazione delle lunghezze da parte di un osservatore terrestre, dato che anche gli strumenti di misura subirebbero la stessa contrazione.

4.4 I postulati della relatività ristretta

Nel 1905 il fisico tedesco Albert Einstein, fino ad allora sconosciuto alla maggior parte degli scienziati, pubblicò tre articoli, uno sull'effetto fotoelettrico, uno sul moto browniano e uno sulla relatività ristretta, destinati a cambiare radicalmente la comprensione del mondo fisico. Nella sua teoria della relatività ristretta, Einstein rivoluzionò la concezione di spazio e tempo proponendo due postulati, detti postulati della relatività ristretta:

- Le leggi della Fisica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali.
- La velocità della luce nel vuoto è la stessa in tutti i sistemi di riferimento inerziali ed è indipendente dal moto relativo tra sorgente e osservatore.

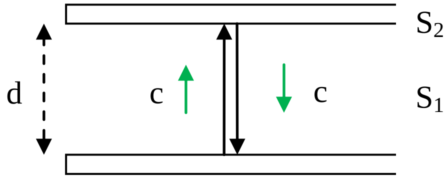
Il primo postulato costituisce un'estensione della relatività galileiana a tutti i fenomeni fisici, inclusi quelli elettromagnetici. Viene così esclusa la possibilità che possa esistere un sistema di riferimento assoluto, come quello dell'etere (che a questo punto non ha necessità di esistere): tutti i sistemi di riferimento inerziali sono equivalenti e descrivono correttamente i fenomeni fisici. Di conseguenza, non possono esistere uno spazio e un tempi assoluti: essi sono grandezze relative all'osservatore.
Il secondo postulato esclude la possibilità che osservatori inerziali differenti possano ottenere misure diverse della velocità della luce, che è quindi uguale per tutti. Essa è la velocità con la quale viaggia l'informazione fisica ed è la massima velocità esistente in natura.

Einstein constatò che le trasformazioni di Lorentz possono essere ricavate dai suoi due postulati, riuscendo pertanto ad attribuire ad esse un significato fisico: pertanto le suddette trasformazioni consentono di collegare i parametri spazio-temporali di due qualsiasi riferimenti inerziali e sono parte della teoria della relatività.
Il fatto che al limite per $v \to 0$ le trasformazioni di Lorentz tendano verso quelle di Galileo dimostrano che l'intera Fisica classica è un caso particolare della Fisica relativistica, valido per basse velocità.
Per vedere quanto nello studio di un fenomeno è importante l'approccio relativistico, è necessario esaminare attentamente il fattore $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$.

Si noti che se $v \ll c$ allora $\gamma \cong 1$ e $\beta \cong 0$, in questo caso l'approccio classico descrive correttamente il fenomeno. Quando però γ comincia a diventare apprezzabilmente > 1, allora la descrizione classica comincia a dare risultati scorretti e, pertanto, occorre studiare il fenomeno da un punto di vista relativistico. Determinando v per formula inversa, $v = c\sqrt{\frac{\gamma^2-1}{\gamma^2}}$ si deduce, per esempio, che per avere $\gamma = 1{,}05$, cioè un piccolo ma apprezzabile effetto relativistico, la velocità deve essere circa il 30% di quella della luce, cioè circa $0{,}9 \cdot 10^8$ m/s (ricordiamo che $c = 3 \cdot 10^8$ m/s). Per velocità inferiori a questo valore, pertanto, l'approccio classico dà risultati sufficientemente attendibili, mentre diventa necessario l'approccio relativistico per velocità superiori.

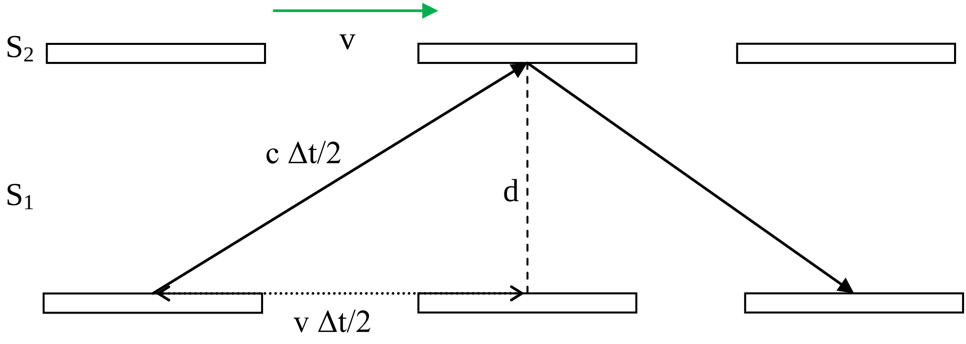
4.5 Dilatazione dei tempi e contrazione delle lunghezze

I fenomeni della dilatazione dei tempi e della contrazione delle lunghezze, dimostrabili con le trasformazione di Lorentz, cessano a questo punto di essere un puro artificio matematico e diventano fenomeni osservabili conseguenti ai postulati della relatività ristretta.



Orologio a luce in quiete: il raggio di luce, di velocità c, parte dallo specchio S_1 , viene riflesso da S_2 e infine ritorna su S_1 . Lo spazio percorso è 2d, per la legge del moto uniforme, il tempo impiegato sarà $\boldsymbol{\Delta t_0 = \frac{2d}{c}}$.

La dilatazione dei tempi è dimostrabile facendo ricorso a un esperimento mentale che sfrutta le proprietà di un particolare dispositivo detto "orologio a luce", formato da due specchi paralleli posti alla distanza d.
Immaginando il dispositivo in quiete rispetto a un certo osservatore, se da uno di questi specchi viene emesso un raggio di luce, esso, dopo aver subito la riflessione da parte dell'altro specchio, tornerà al punto di partenza avendo impiegato un tempo $\Delta t_0 = \frac{2d}{c}$.
Immaginiamo ora di porre l'orologio a luce a bordo di un'astronave in moto alla velocità c: l'osservatore S a bordo dell'astronave, in quiete rispetto all'orologio, misurerà il tempo $\Delta t_0 = \frac{2d}{c}$, che chiameremo tempo proprio. Per un osservatore terrestre, però, l'orologio si muove con velocità v, pertanto mentre il raggio di luce viaggia tra gli specchi (con la stessa velocità c in base al 2° postulato), esso si sarà spostato costringendo il raggio a percorrere una distanza maggiore: ciò determina una dilatazione del tempo, che risulterà $\Delta t = \gamma\, \Delta t_0$. La conclusione è che, essendo $\gamma > 1$, l'osservatore in movimento misurerà intervalli di tempo maggiori di quelli misurati dall'osservatore in quiete rispetto all'orologio. Nel nostro esempio, per l'osservatore terrestre il tempo a bordo dell'astronave scorre più lentamente che non sulla Terra.



Orologio a luce in movimento: detto Δt il tempo necessario affinché il raggio ritorni in S_1, dal teorema di Pitagora si ricava la relazione $\left(\frac{v\,\Delta t}{2}\right)^2 + d^2 = \left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2$, dalla quale si ottiene $\Delta t = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2d}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ ricordando che $\Delta t_0 = \frac{2d}{c}$ si ricava $\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma\,\Delta t_0$. L'osservatore in moto rispetto all'orologio misura un tempo maggiore di quello proprio.

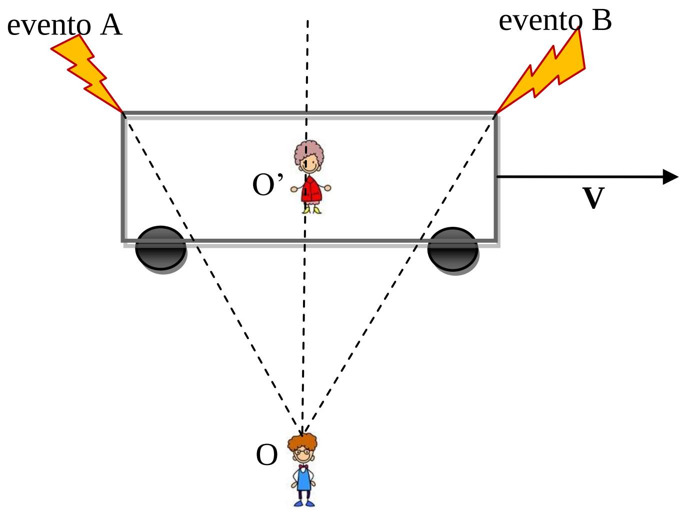
La contrazione delle lunghezze è anch'essa verificabile tramite un esperimento mentale. Immaginiamo un viaggio spaziale che ci conduca dalla Terra T verso una stella S e sia L_0 la distanza propria tra T e S, cioè quella misurata dall'osservatore terrestre, che vede nell'istante in cui effettua la misura gli oggetti fermi. Per l'osservatore terrestre l'astronauta in viaggio da T a S alla velocità v impiega un tempo Δt per percorrere la distanza L_0 , queste grandezze sono legate dalla legge del moto uniforme $L_0 = v\,\Delta t$, dalla quale si ottiene $v = \frac{L_0}{\Delta t}$.
L'astronauta in viaggio da T a S alla velocità v rispetto alla Terra, per il quale T e S sono in movimento e che con il suo orologio misurerà il tempo proprio, vedrà S avvicinarsi alla velocità v e dirà, al termine del viaggio, che S ha percorso una distanza L anch'essa ottenibile dalla legge del moto uniforme: $L = v\,\Delta t_0$, cioè $v = \frac{L}{\Delta t_0}$.
Dovendo essere le due espressioni della velocità uguali, si ha che $\frac{L}{\Delta t_0} = \frac{L_0}{\Delta t}$, quindi $L = L_0 \frac{\Delta t_0}{\Delta t}$, ma essendo $\frac{\Delta t_0}{\Delta t} = \frac{1}{\gamma}$ si ha $L = \frac{L_0}{\gamma}$.

Pertanto l'osservatore in movimento misurerà tutte la distanze nella stessa direzione del moto contratte di un fattore γ. In particolare, una sbarra in movimento in una direzione parallela alla sua lunghezza apparirà più corta che non quando è in quiete, mentre non muteranno le altre due sue dimensioni spaziali.
I fenomeni sopra descritti hanno trovato nel corso degli anni numerose conferme sperimentali. La più interessante riguarda la vita media del muone, una particella elementare prodotta dalla radiazione cosmica nell'alta atmosfera terrestre e la cui vita media, misurata a riposo, è circa $2{,}2 \cdot 10^{-6}$ s. Con una vita media così breve, il muone, che viaggia alla velocità di circa 0,995c, non potrebbe percorrere la distanza che lo separa dalla superficie terrestre. Sperimentalmente, però, è noto che numerosi muoni giungono al suolo prima di decadere. Ciò può essere spiegato ammettendo che la vita media del muone, rispetto all'osservatore terrestre, è dilatata del fattore γ che, nel nostro caso, è pari circa a 10. La vita media del muone rispetto all'osservatore terrestre è, pertanto, 10 volte maggiore del valore a riposo e ciò consente alla maggior parte dei muoni di giungere sul suolo terrestre prima di decadere. Lo stesso fenomeno è spiegabile anche con la contrazione delle lunghezze: nel sistema di riferimento del muone è la Terra a muoversi verso il muone alla velocità di 0,995c, pertanto la distanza che separa il muone dal suolo è 10 volte minore di quella propria, pertanto abbastanza piccola da poter essere percorsa prima del decadimento.

4.6 Relatività della simultaneità

Un'altra importante conseguenza dei postulati di Einstein è la relatività del concetto di simultaneità di due eventi. Il fenomeno è dimostrabile con le trasformazioni di Lorentz, però è meglio verificarlo tramite un altro esperimento mentale.
Immaginiamo un vagone in movimento verso destra alla velocità **v** rispetto a un osservatore O, e supponiamo che in un certo istante di tempo il suo punto medio si trovi proprio davanti a O, in modo che i suoi due estremi A e B siano alla stessa distanza da O. Supponiamo che proprio in questo istante due fulmini colpiscano i due estremi del vagone e chiamiamo i due fulmini "evento A" ed "evento B". Dato che

AO = OB, il segnale fisico, che viaggia alla velocità c per tutti gli osservatori, impiegherà lo stesso tempo per giungere in O, che giudicherà contemporanei i due eventi. Però l'osservatore O', situato al centro del vagone, essendo in movimento rispetto ai fulmini, viaggia verso il segnale proveniente da B allontanandosi da quello proveniente da A, per cui giudicherà l'evento A successivo all'evento B. Inoltre, per un secondo vagone che viaggiasse parallelamente al primo ma in verso opposto, per l'osservatore O" a bordo di esso sarebbe l'evento A a precedere l'evento B.
Concludiamo pertanto che la simultaneità degli eventi è relativa all'osservatore e che, sotto date condizioni, più osservatori possono dare valutazione diverse sull'ordine temporale con cui si succedono gli eventi. Notiamo che quanto esposto è conseguenza dell'invarianza della velocità della luce per tutti gli osservatori; se fosse falso il secondo postulato di Einstein ogni osservatore darebbe alla luce valori della velocità in base alla legge di composizione classica delle velocità e gli eventi sarebbero simultanei per tutti.



L'osservatore O giudica simultanei i due eventi in quanto l'informazione fisica proveniente da essi giunge nello stesso momento nella sua posizione. L'osservatore O', invece, viaggiando verso B e allontanandosi da A, vedrà arrivare prima il segnale fisico proveniente da B e poi quello proveniente da A, pertanto dirà che l'evento B precede l'evento A.

4.7 Lo spazio-tempo e la relazione causa-effetto tra due eventi

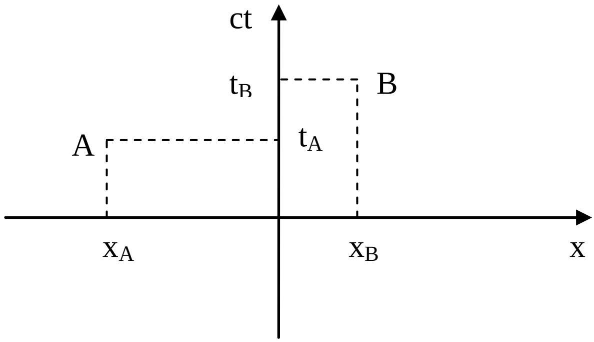
La relatività della simultaneità può, a questo punto, far sorgere un interrogativo: dati due eventi di cui uno sia causato dall'altro, può esistere un osservatore che "veda" prima l'effetto e poi la causa? La risposta è negativa in quanto la possibilità di vedere due eventi con un ordine di successione diverso vale solo per eventi situati l'uno nel presente dell'altro e che quindi non possano in alcun modo influenzarsi vicendevolmente.

Per chiarire meglio questa affermazione, diamo innanzitutto una definizione dei termini presente, passato e futuro di un osservatore O. Diciamo che un evento è nel presente di O se O non può in alcun modo influenzare l'evento, né viceversa l'evento può avere alcuna influenza su O; un evento è nel futuro di O se O può avere influenza su di esso, ma l'evento non può in alcun modo influenzare O; infine un evento è nel passato di O se esso può avere avuto influenza su O ma O non può avere influenza su di esso.

Ora introduciamo un particolare diagramma, detto spazio-tempo, utile per rappresentare un evento fisico. Lo spazio-tempo è uno spazio a quattro dimensioni (tre spaziali e una temporale). Data l'impossibilità di una rappresentazione geometrica di uno spazio quadridimensionale, solitamente si inglobano le tre dimensioni spaziali sull'asse delle ascisse, mentre si pone in ordinata il prodotto tra la velocità della luce e il tempo. In questo modo possiamo usare la stessa unità di misura (ad esempio il metro) tanto in ascissa quanto in ordinata, essendo il prodotto *ct* dimensionalmente un tempo. Ciascun punto dello spazio-tempo rappresenta un evento; per definizione, si chiama intervallo spazio-temporale la grandezza

$$\Delta s^2 = c^2\,\Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2$$

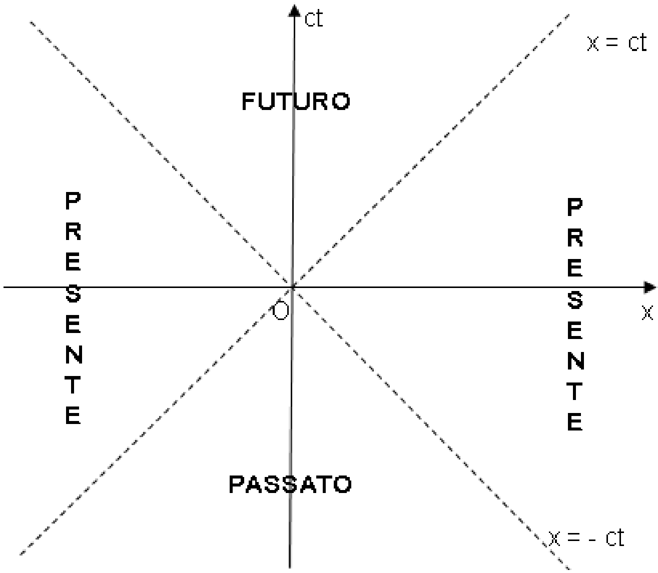
Si dimostra che questa grandezza è uguale per tutti gli osservatori inerziali e, per questo motivo, è chiamata anche invariante spazio-temporale.



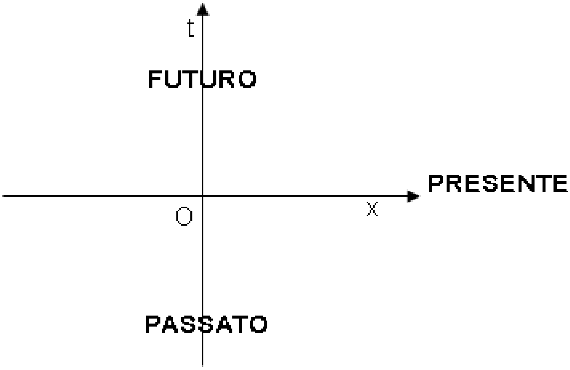
Ciascun punto dello spazio-tempo rappresenta un evento; l'intervallo spazio-temporale tra gli eventi A e B è $\Delta s^2 = c^2(t_B - t_A)^2 - (x_B - x_A)^2$.

Tracciamo ora le rette bisettrici dei quadranti, di equazione $x = \pm ct$, il loro coefficiente angolare vale ± 1. Esse rappresentano il moto nello spazio tempo di un impulso luminoso, e quindi dell'informazione fisica; considerando che la luce percorre in un tempo t la distanza ct, due eventi che avvengono in due luoghi diversi separati da una distanza $x^2 > c^2t^2$ (cioè con intervallo spazio-temporale < 0) non sono collegabili mediante un lampo di luce e pertanto non possono influenzarsi reciprocamente. Diremo quindi che i due eventi sono l'uno nel presente dell'altro, e solo per essi è possibile individuare più osservatori i quali noteranno una diversa successione temporale degli stessi. Rispetto all'osservatore O il presente è rappresentato da tutti i punti situati nei due coni a destra e a sinistra di O delimitati dalle bisettrici: considerando un qualunque evento situato in una di queste due regioni dello spazio-tempo, la retta che congiunge questo evento con O ha coefficiente angolare $|m| < 1$, il che implica che, per collegarli tra loro, l'informazione fisica dovrebbe viaggiare a velocità maggiore di c. Invece gli eventi situati nei due coni delimitati dalle bisettrici, uno sopra e l'altro sotto O, rappresentano eventi collegabili a O mediante un lampo di luce, in quanto la distanza tra l'evento e O è minore di ct : $x^2 < c^2 t^2$ (intervallo spazio-temporale > 0) e il coefficiente angolare della congiungente tra l'evento e O è $|m| > 1$. Il cono situato superiormente a O rappresenta il futuro di O in quanto $t > 0$: O potrà avere influenza sull'evento ma non viceversa. Invece il cono situato al di sotto di O

rappresenta il passato di O essendo $t < 0$: l'evento potrebbe avere avuto influenza su O ma non viceversa. Per gli eventi situati nel passato o nel futuro di O, pertanto, potrebbe esservi un rapporto di causa - effetto, e per essi non esisterà mai alcun osservatore che possa notare una diversa successione temporale degli stessi: ciò potrebbe avvenire solo se l'informazione fisica viaggiasse a una velocità superiore a quella della luce. Concludendo, il rapporto causa - effetto non è scardinato dalla teoria della relatività.



Rappresentazione del passato, del presente e del futuro di O in un diagramma spazio-tempo. Gli eventi situati nel presente non possono essere collegati da un lampo di luce e, pertanto, non possono influenzarsi vicendevolmente.



Concezione classica di passato, presente e futuro: se l'informazione fisica viaggiasse a velocità infinita, gli eventi collocati nel presente di O si trovano tutti sull'asse x, in quanto a essi corrisponde lo stesso istante di tempo di O

4.8 Composizione relativistica delle velocità

A questo punto, è necessario introdurre una nuova formula per la composizione delle velocità, in modo da tenere conto dell'impossibilità, per tutti gli osservatori, di ottenere velocità superiori a quella della luce. Detta v la velocità di O' rispetto a O e u' la velocità di un corpo rispetto a O', la velocità u del corpo rispetto a O è:

$$\vec{u} = \frac{\overrightarrow{u'} + \vec{v}}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$$

confrontandola con la legge classica: $\vec{u} = \overrightarrow{u'} + \vec{v}$, si nota la presenza, al denominatore, di un fattore correttivo $\frac{u'v}{c^2}$ che, per basse velocità, ha valore praticamente nullo confermando la validità delle leggi classiche in questa situazione. Applicando la composizione relativistica delle velocità ogni volta che esse sono confrontabili con c, si ottiene il valore corretto della velocità. Ad esempio, se un'astronave in moto rispetto a O con velocità v = 0,9c lancia una sonda nella sua stessa direzione di moto con velocità u' = 0,6c rispetto a essa, la legge classica darebbe il valore errato per la velocità u rispetto a O di 1,5c. Calcolando il fattore correttivo $\frac{u'v}{c^2}$ si ottiene il valore 0,54 per cui la velocità corretta diventa

v = 1,5c/1,54 ≅ 0,974c. Notiamo che il valore ottenuto, correttamente, è minore di c. Osserviamo infine che per applicare correttamente la legge relativistica è necessario attribuire alle velocità il segno corretto in base al sistema di riferimento scelto: infatti, se nell'esempio precedente la sonda fosse lanciata in verso contrario al moto dell'astronave, otterremmo $u = \frac{0{,}9c - 0{,}6c}{1 - 0{,}54} \cong 0{,}652c$, valore molto diverso da 0,3c come risulterebbe applicando la legge classica.

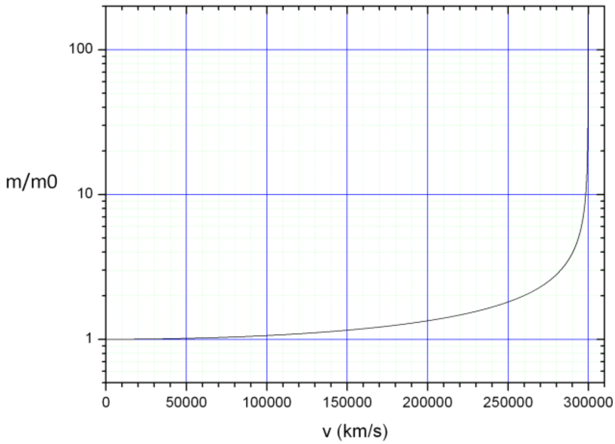
4.9 Massa ed energia relativistica

I postulati della relatività ristretta impongono una revisione della concezione classica della massa e dell'energia. Il punto di partenza del ragionamento di Einstein consiste nel riconoscere la validità, anche in ambito relativistico, del principio di conservazione della quantità di moto. Per mantenere la validità di questo principio, però, è necessario ridefinire la massa secondo la relazione:

$$m = \gamma\, m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

In questa formula, m_0 rappresenta il valore della massa misurata da un osservatore rispetto al quale il corpo è fermo, ed è perciò detta massa a riposo. La massa misurata da un osservatore che la vede in moto, detta massa relativistica, cresce al crescere della velocità: per basse velocità, la massa relativistica coincide con quella a riposo, quando v diventa confrontabile con c la differenza tra massa relativistica e massa a riposo diventa non più ignorabile; per v → c la massa relativistica tende a ∞. Il fatto che la massa di un corpo non sia più costante e dipenda dalla velocità rispetto all'osservatore costringe ad abbandonare la visione elementare della massa come quantità di materia: la massa va intesa unicamente come una grandezza legata all'inerzia del corpo, e ciò costituisce un'ulteriore prova del significato della velocità della luce come velocità limite per tutti i corpi materiali. Quando un corpo raggiunge una velocità molto prossima a quella della luce, la massa, e quindi l'inerzia, raggiunge un valore così grande, al limite infinito, che risulta impossibile accelerarla ulteriormente; un corpo dotato di massa, quindi, può avere velocità prossime quanto si vuole a quella della luce,

senza però mai raggiungere esattamente la velocità c. Solo i fotoni, avendo massa nulla, possono viaggiare alla velocità c.



Andamento della massa relativistica in funzione della velocità

La nuova definizione di massa porta a ridefinire la quantità di moto:

$$\vec{p} = m\vec{v} = \gamma m_0 \vec{v} = m_0 \frac{\vec{\mathrm{v}}}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{c}^2}}}$$

e a riformulare il 2° principio della dinamica:

$$\vec{F} = \frac{\Delta(\mathrm{m}\vec{\mathrm{v}})}{\Delta \mathrm{t}} = \frac{\Delta}{\Delta \mathrm{t}}\left(\frac{\mathrm{m}_0\vec{\mathrm{v}}}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{c}^2}}}\right) = \mathrm{m}_0 \frac{\Delta}{\Delta \mathrm{t}}\left(\frac{\vec{\mathrm{v}}}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{c}^2}}}\right)$$

Consideriamo ora un corpo di massa a riposo m_0 che, dalla quiete iniziale, venga accelerato fino a una velocità finale v, classicamente, noi diciamo che il corpo ha acquisito un'energia cinetica pari a ½ m v^2. Da un punto di vista relativistico, possiamo affermare che l'aumento di velocità ha provocato una variazione della massa secondo la relazione:

$$\Delta m = m - m_0 = \gamma\, m_0 - m_0 = m_0\,(\gamma - 1)$$

Definiamo energia cinetica relativistica la quantità

$$K = \Delta m\, c^2 = m_0\, c^2\, (\gamma - 1)$$

sviluppando questa formula si ottiene

$$K = \gamma\, m_0\, c^2 - m_0\, c^2 = m\, c^2 - m_0\, c^2$$

e quindi

$$m\, c^2 = m_0\, c^2 + K.$$

In quest'ultima relazione, la quantità $m\, c^2$ costituisce l'energia totale del corpo, mentre la grandezza $m_0\, c^2$ rappresenta una nuova forma di energia, posseduta da tutti i corpi materiali, detta energia della massa a riposo.
La relazione $E = m\, c^2$ rappresenta un fatto rivoluzionario per la Fisica, infatti classicamente la massa e l'energia sono sempre state viste come due grandezze nettamente distinte tra loro; questa equazione, invece, lega strettamente le due grandezze.
Nel nostro esempio del corpo accelerato fino alla velocità v, si nota come l'aumento di energia cinetica del corpo non solo provoca un aumento dell'energia totale del corpo, inizialmente pari all'energia a riposo, ma anche della massa relativistica. Generalizzando, si può affermare che si ha un aumento dell'energia totale del corpo, e quindi della sua massa relativistica, anche in presenza dell'aumento di una qualsiasi altra forma di energia, come quella potenziale gravitazionale, termica,elettrostatica, ecc. Inoltre la relazione $E = m\, c^2$ prevede l'esistenza di fenomeni nei quali la massa e l'energia possano trasformarsi l'una nell'altra: ciò significa che non è più possibile considerare separatamente i principi di conservazione della massa e dell'energia, bensì conglobarli in un principio di conservazione più vasto detto principio di conservazione della massa-energia, il cui enunciato è: *in un sistema isolato la massa-energia, cioè la quantità* mc^2*, si conserva*.
Una prova sperimentale a sostegno della nuova relazione tra massa ed energia nella fisica relativistica è data dal difetto di massa dei nuclei atomici: misure sperimentali confermano che la somma delle masse a riposo delle particelle costituenti il nucleo di un atomo (protoni e neutroni), considerate separatamente, è maggiore della massa a riposo del nucleo. Ciò si verifica perché quando i nucleoni sono legati nel

nucleo dall'interazione nucleare forte, esiste una certa energia, detta energia di legame, che si è creata proprio a scapito della massa dei singoli nucleoni in base alla relazione $\Delta E = \Delta m\ c^2$. Viceversa, l'energia necessaria per scindere il nucleo ricompare come un aumento della massa complessiva dei nucleoni separati.
Tornando alla definizione di energia cinetica relativistica $K = m_0\ c^2(\gamma - 1)$ va detto che per basse velocità, ricorrendo a opportune formule di approssimazione, si può dimostrare che l'espressione precedente coincide con la definizione classica $K = ½\ m\ v^2$. Quando, però, la velocità diventa paragonabile a quella della luce, si constata che la formula relativistica dà risultati più corretti di quella classica. Al limite per $v \to c$ l'energia cinetica relativistica tende a ∞.
Osserviamo infine che è possibile dimostrare che tra energia totale e quantità di moto sussiste la relazione

$$E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$$

Dato che la grandezza $m_0^2c^4$ è uguale per tutti gli osservatori si ha che la differenza $E^2-p^2c^2$ ($=m_0^2c^4$) è anch'essa uguale per tutti, essa è detta invariante energia – quantità di moto.

4.10 Relatività generale

La relatività generale ha origine dal tentativo di Einstein di introdurre la gravità nella teoria della relatività ristretta. Dopo alcuni tentativi infruttuosi, Einstein pensò che la teoria della relatività ristretta andava rivista, anche perché lo scienziato non riteneva che i riferimenti inerziali fossero privilegiati rispetto a quelli non inerziali. Da qui scaturisce la necessità di estendere il primo postulato ai riferimenti non inerziali.
La relatività generale è fondata su due principi:

- **Principio di equivalenza**: *un campo gravitazionale è equivalente a un sistema di riferimento uniformemente accelerato*.

Di conseguenza tutti gli esperimenti svolti in un campo gravitazionale danno lo stesso risultato se eseguiti, in assenza di campo, in un riferimento accelerato. Pertanto gli effetti della gravità sono indistinguibili da quelli della non inerzialità di un sistema.
Da ciò segue il

- **Principio di relatività generale**: *tutte le leggi della Fisica hanno la stessa forma in tutti i sistemi di riferimento*.

Ciò estende, quindi, il primo postulato della relatività ristretta ai sistemi di riferimento non inerziali.
Un classico esperimento mentale a sostegno del principio di equivalenza è "l'ascensore di Einstein". Possiamo suddividerlo in due casi.

Primo caso

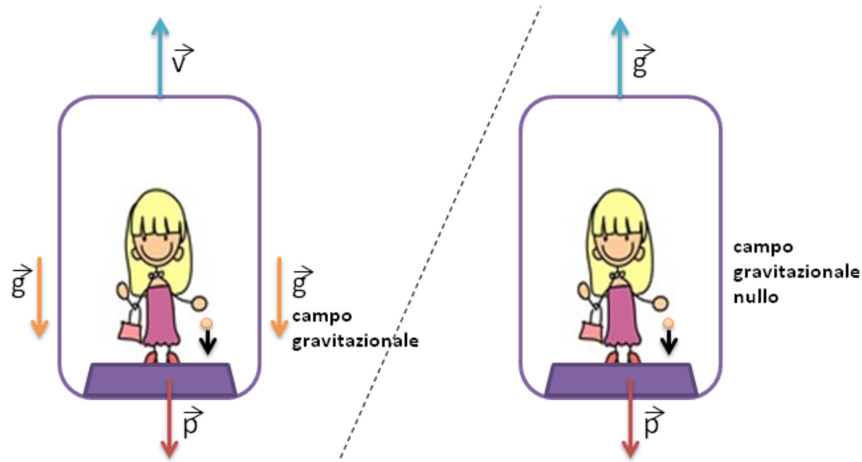


Figura di sinistra: in un ascensore fermo o in moto uniforme (quindi riferimento inerziale) immerso nel campo gravitazionale terrestre la bilancia segna il peso corretto della persona e la moneta lasciata libera cade sul pavimento.
Figura di destra: un ascensore, in assenza di gravità, accelera verso l'alto con accelerazione g (riferimento non inerziale). La bilancia segnerà lo stesso peso di prima e anche la moneta cadrà nella stessa maniera precedente.
Quindi la persona all'interno dell'ascensore non può sapere se si trova in un sistema inerziale immerso in un campo gravitazionale o se si trova in un riferimento accelerato in assenza di gravità.

Secondo caso

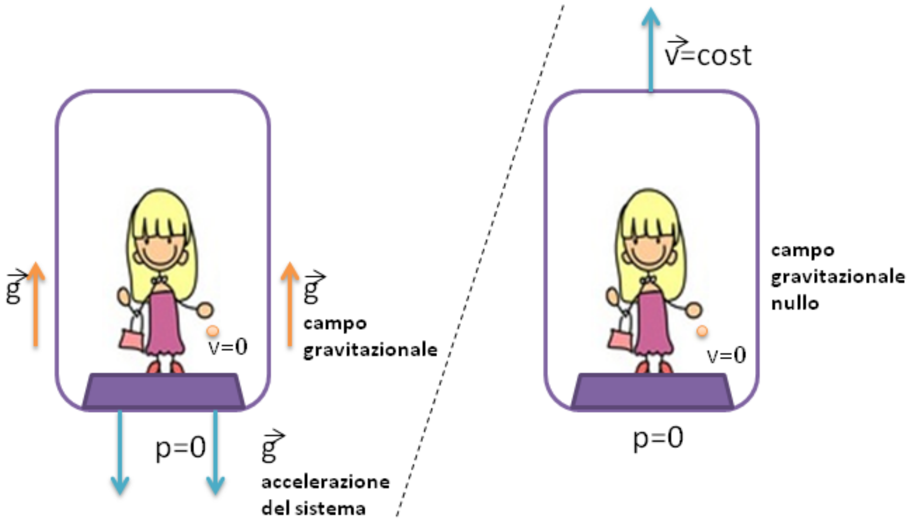


Figura di sinistra: l'ascensore è in caduta libera nella gravità terrestre (riferimento non inerziale); la bilancia segna peso zero e la moneta lasciata libera resta sospesa a mezz'aria.
Figura di destra: l'ascensore è fermo o in moto uniforme (riferimento inerziale) in assenza di gravità. Si osserva anche in questa situazione la mancanza di peso e la moneta sospesa a mezz'aria.
Neanche questa volta chi è nell'ascensore può distinguere gli effetti della non inerzialità in un campo gravitazionale da quelli della mancanza di gravità in un riferimento inerziale.

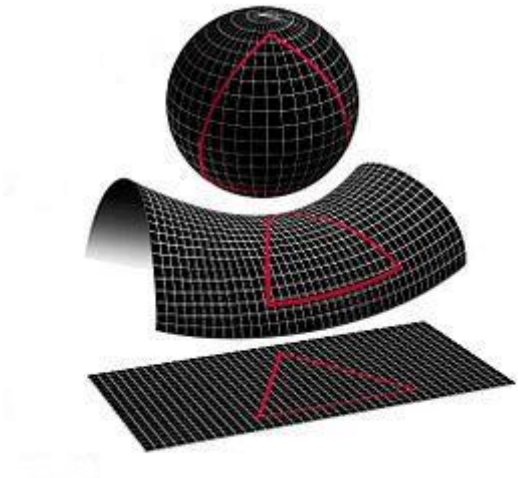
4.11 Lo spazio-tempo nella relatività generale

Lo spazio-tempo utilizzato nella relatività ristretta è descrivibile mediante la geometria euclidea: infatti la linea più breve che congiunge due suoi punti (detta geodetica) è un segmento di retta, possiamo chiamare piatto un tale tipo di spazio. Chiamando moto naturale di un corpo quello che avviene in assenza di forze di qualunque tipo, possiamo affermare che in un sistema inerziale, essendo valido il principio d'inerzia, il moto naturale dei corpi avviene lungo segmenti di retta, quindi lungo le geodetiche. Questo è un principio generale: il moto naturale di un corpo avviene lungo le geodetiche.

La relatività generale impone l'introduzione del principio secondo il quale la presenza di massa incurva lo spazio-tempo. Il moto naturale dei corpi avviene lungo le geodetiche (che anche in questo caso sono le curve di minima distanza tra due punti) che però non sono più segmenti ma linee curve. Notiamo che secondo questo ragionamento non c'è più bisogno di introdurre la forza di gravità come causa del moto delle masse: le masse, seguendo le curve geodetiche, si muovono a causa della deformazione dello spazio-tempo da loro stesse generato e non per via della reciproca interazione. La descrizione dello spazio-tempo, a questo punto, non può essere più data più dalla geometria euclidea, ma dalla geometria non euclidea ellittica.

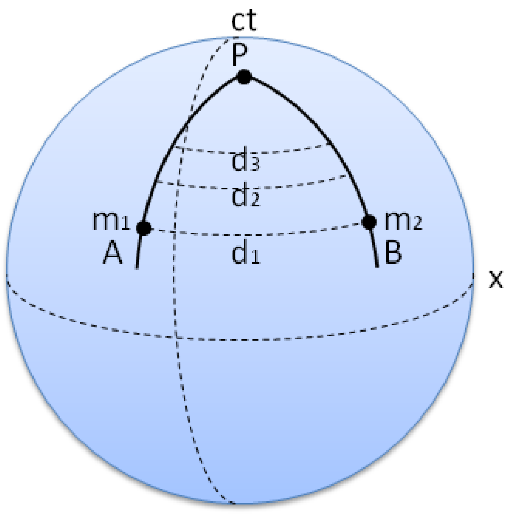
Ricordiamo che accanto alla geometria euclidea, caratterizzata da spazio piatto (cioè a curvatura nulla) e alla validità del 5° postulato di Euclide: "dato un punto esterno a una retta, per esso passa una e una sola retta parallela a quella data", esistono due forme di geometria non euclidea, che nascono proprio dalla negazione del 5° postulato di Euclide:

- geometria ellittica o di Riemann: dato un punto esterno a una retta, per esso non passa alcuna retta parallela a quella data. Lo spazio è curvo con curvatura positiva:
- geometria iperbolica o di Lobacevskij: dato un punto esterno a una retta, per esso passano infinite rette parallele a quella data. Lo spazio è curvo con curvatura negativa.



Spazio con curvatura* positiva (in alto), negativa (al centro), nulla (in basso).

Per rappresentare il moto di due masse nello spazio-tempo assimiliamo lo spazio-tempo alla superficie di una sfera: L’equatore rappresenta l’asse spaziale x, mentre un qualunque meridiano rappresenta l’asse temporale ct; le geodetiche sono archi di circonferenza.

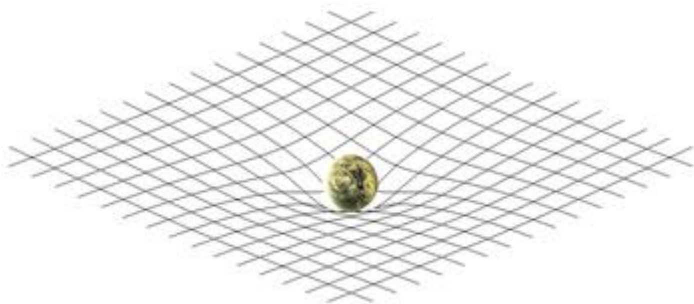


Le masse m_1 e m_2 , soggette all’attrazione gravitazionale, si muovono lungo le geodetiche AP e PB. Durante il loro spostamento, la distanza

tra esse diminuisce sempre più fino ad incontrarsi in P. Un osservatore solidale al sistema attribuisce alla forza gravitazionale tra masse l'avvicinamento tra m_1 e m_2. Secondo la relatività generale, invece, è la curvatura dello spazio-tempo a far muovere le masse lungo le due geodetiche che si incrociano in P. In definitiva:

- le masse "dicono" allo spazio-tempo come incurvarsi;
- lo spazio-tempo "dice" alla masse come muoversi.

La curvatura dello spazio-tempo nell'universo dipende quindi dalla distribuzione delle masse e, pertanto, varia di zona in zona. Lo spazio-tempo è molto incurvato vicino a corpi di grande massa, è praticamente piatto lontano da questi corpi. Proprio le zone di universo "quasi piatto" sono quelle in cui vale la relatività ristretta: in esse gli effetti della curvatura dello spazio-tempo è di minima entità, pertanto molti fenomeni sono ben spiegati dalla meccanica classica, eventualmente corretta dalla relatività ristretta per alte velocità. Solo in presenza di grandi masse è necessario rifarsi alla relatività generale. La Terra, che genera un campo gravitazionale debole, è in una zona dell'universo "quasi piatto".



Curvatura dello spazio-tempo provocata da una massa. A una distanza sufficientemente grande dalla massa, lo spazio diventa praticamente piatto.

Concludendo, la relatività generale è la teoria che descrive correttamente il mondo fisico; essa ha come caso particolare la relatività ristretta, che vale nei sistemi inerziali e per campi gravitazionali di piccola intensità; a sua volta, la meccanica classica è un caso particolare della relatività ristretta, che vale per velocità molto minori di quella della luce nel vuoto.

4.12 Gravità, luce e tempo

La gravità influenza il cammino di un raggio di luce, vediamolo con un esempio:

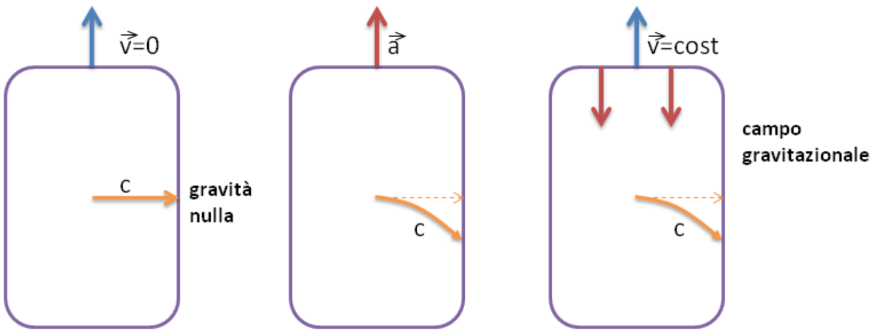
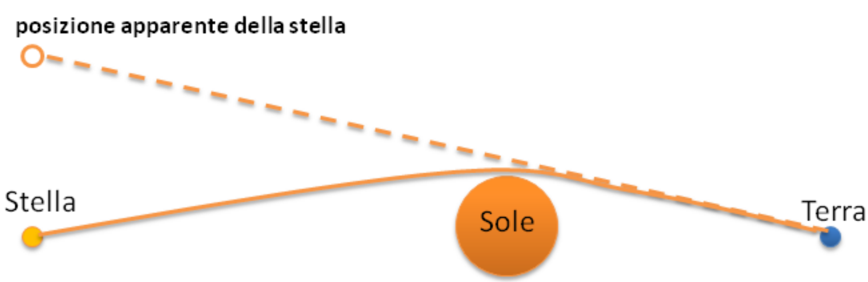
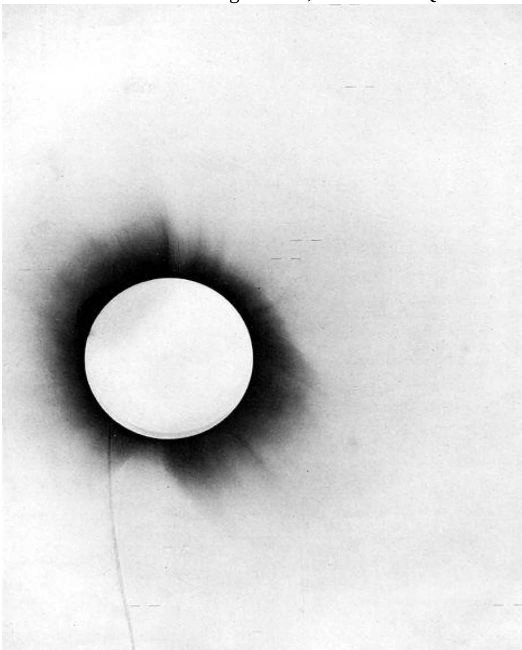


Figura di sinistra: in un ascensore inerziale, in assenza di gravità, un raggio di luce inviato orizzontalmente si muove in linea retta e raggiunge la parete opposta alla stessa altezza.
Figura di centro: in un ascensore accelerato, il raggio di luce colpisce la parete opposta più in basso. L'accelerazione rende curvo il cammino della luce.
Figura di destra: secondo il principio di equivalenza, anche la gravità, i cui effetti sono indistinguibili da quelli dell'accelerazione, deve incurvare la traiettoria del raggio di luce. Un intenso campo gravitazionale, quindi, incurva il cammino della luce, che, pertanto, si muove lungo la geodetica dello spazio-tempo.
Questo fatto è stato osservato sperimentalmente da Eddington, che osservò durante un'eclisse lo spostamento apparente della posizione di una stella dovuto al campo gravitazionale del Sole.





Negativo della lastra di Arthur Eddington raffigurante l'eclissi solare del 1919, utilizzata per mettere alla prova la previsione di deviazione gravitazionale della luce.

Quanto esposto, quindi, invalida il secondo postulato della relatività ristretta, nel senso che la velocità della luce continua a essere uguale per tutti gli osservatori ma solo in modulo, potendo un campo gravitazionale cambiarne la direzione.

La gravità influenza anche lo scorrere del tempo rallentandolo secondo un effetto chiamato dilatazione gravitazionale dei tempi. Questo effetto può essere spiegato mediante la teoria quantistica della luce, secondo la quale la luce è un insieme di fotoni aventi energia proporzionale alla loro frequenza: $E = hf$. Muovendosi in un campo gravitazionale, i fotoni perdono energia esattamente come avviene a una massa in moto nel campo gravitazionale. Alla diminuzione dell’energia corrisponde una diminuzione della frequenza: $E' < E \rightarrow f' < f$, per cui dove è più intenso il campo gravitazionale minore sarà la frequenza dei fotoni. Immaginando ciascun fotone come un orologio e la relativa frequenza come il suo ticchettio, si nota quindi che la gravità rallenta il ticchettio e, pertanto, lo scorrere del tempo.

Approfondimenti

Velocità relativistiche, simulazione
http://www.openfisica.com/fisica/simulazioni/relat/relat_solo.php
Esperimento di Michelson-Morley, simulazione
http://www4.uwsp.edu/physastr/kmenning/flash/AF_3904.swf
Esperimento di Michelson-Morley, simulazione
http://galileo.phys.virginia.edu/classes/109N/more_stuff/flashlets/mmexpt6.htm
È morto Alberto Einstein, articolo “La Stampa” del 19/04/1955
http://epsilonzero.altervista.org/pdf/19550419sta.pdf
Einstein e la Relatività, video di P.Odifreddi
http://www.youtube.com/watch?v=pWBmCCmij1k
Albert Einstein, Relatività, video RaiUno
http://www.youtube.com/watch?v=JWnYmN0lypw
http://www.youtube.com/watch?v=cnnwXdC1E94
Enrico Bellone racconta Albert Einstein
http://www.youtube.com/watch?v=SGQYDrcW6iY
La dilatazione del tempo, un esperimento con i Mesoni Mu
http://www.youtube.com/watch?v=mys_tVJI3zk
http://www.youtube.com/watch?v=Nhrkscr1INM
http://www.youtube.com/watch?v=Mi9fe2eVs54
http://www.youtube.com/watch?v=2FFiOrKnbhA
Dilatazione Relativistica del Tempo: Animazione
http://lopseudoprometeo.myblog.it/archive/2011/01/30/dilatazione-relativistica-del-tempo-animazione.html

5. FISICA QUANTISTICA

5.1 Origine della Fisica dei quanti

Nonostante i progressi compiuti dalla Fisica nell'800, nel periodo a cavallo tra la fine del secolo e l'inizio del successivo furono osservati alcuni fenomeni inspiegabili con la Fisica classica. Tra questi fenomeni, i più importanti sono:

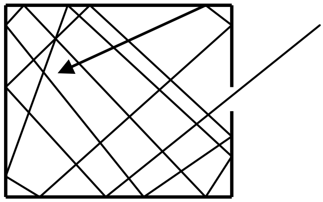
- **la radiazione del corpo nero**: la fisica classica non era in grado di spiegare l'andamento della curva sperimentale della radiazione emessa da un corpo nero riscaldato;
- **l'effetto fotoelettrico**: nell'emissione di elettroni da parte di una placca metallica illuminata, era inspiegabile la presenza di una frequenza della radiazione incidente al di sotto della quale non si aveva emissione e l'indipendenza del numero di elettroni emessi dall'intensità della stessa;
- **la discontinuità degli spettri di emissione**: era sconosciuta la causa della costituzione degli spettri di emissione provenienti da gas monoatomici ad alta temperatura, formati da righe ben distinte corrispondenti a diverse lunghezze d'onda;
- **la stabilità dell'atomo**: nel modello atomico di Rutherford, gli elettroni sono dotati di un rapidissimo moto circolare attorno al nucleo; secondo la teoria elettromagnetica, gli elettroni, essendo dotati di accelerazione centripeta, dovrebbero irraggiare radiazione elettromagnetica, perdendo progressivamente energia e finendo quindi col collassare sul nucleo. Come conciliare questa previsione con la stabilità dell'atomo?

Tutti questi fenomeni riguardavano le interazioni tra la radiazione e la materia e costrinsero i fisici a cercare una soluzione al di fuori dei canoni della fisica classica e a gettare le basi di una nuova teoria fisica: la Fisica dei quanti.

5.2 La radiazione di corpo nero

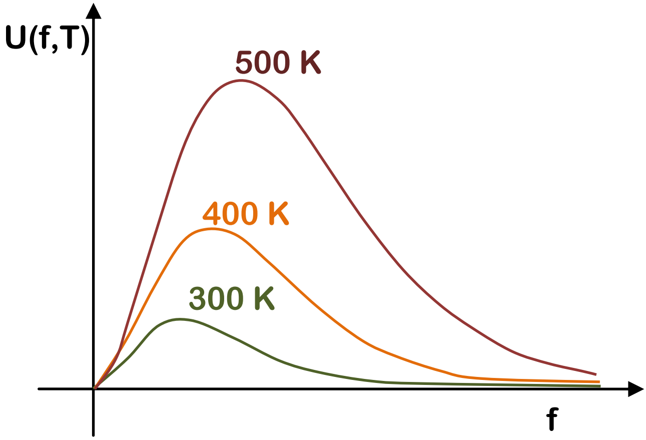
Per corpo nero si intende un corpo in grado di assorbire, e quindi riemettere, tutta l'energia che riceve. Il modello ideale di corpo nero è rappresentato da una cavità dotata di un piccolo foro: la radiazione che penetra attraverso il foro ha una probabilità praticamente nulla di riemergere dalla cavità prima di venire assorbita dalle sue pareti.

Quando il corpo nero viene riscaldato, esso emette attraverso il foro una certa radiazione, le cui caratteristiche dipendono dalla temperatura alla quale il corpo stesso viene portato.



Modello di corpo nero: un raggio di luce che penetra attraverso la stretta fessura ha una probabilità praticamente nulla di uscire dalla cavità prima di essere assorbito dalle pareti

Caratteristicamente, a una temperatura fissata, la curva della radiazione emessa in funzione della frequenza è dapprima crescente, raggiunge un massimo per poi successivamente decrescere. L'area sottesa dalla curva rappresenta l'intensità totale della radiazione emessa, mentre il picco è legato a quel particolare valore della frequenza per il quale si ha il massimo dell'energia emessa. Aumentando la temperatura, si nota un aumento del valore di picco dell'energia emessa e, in generale, dell'energia totale emessa, e inoltre uno spostamento del valore della frequenza di picco verso valori più alti (cioè verso destra nel grafico).



Curve sperimentali della densità di energia in funzione della frequenza e della temperatura. Dalla figura si nota lo spostamento verso frequenze sempre più grandi al crescere della temperatura

Alla fine dell'800, erano note due leggi:

- **la legge di Stefan - Boltzmann**: l'intensità totale della radiazione emessa è direttamente proporzionale alla quarta potenza della temperatura assoluta:

$$I = \sigma T^4$$

dove l'intensità I rappresenta l'energia emessa per unità di tempo e di superficie (e pertanto si misura in W/m^2), mentre σ è una costante il cui valore è $5{,}67 \cdot 10^{-8}\ W/(m^2K^4)$;

- **la legge dello spostamento di Wien**: la frequenza fm di picco è direttamente proporzionale alla temperatura assoluta:

$$\frac{f_m}{T} = \text{cost}$$

dove la costante vale $5{,}88 \cdot 10^{10}\ s^{-1}K^{-1}$.

In questo modo viene spiegato lo spostamento verso destra del picco della radiazione. La legge di Wien spiega correttamente la diversa colorazione del foro all'aumentare della temperatura: a basse temperature il foro è nero in quanto il picco della radiazione cade nell'infrarosso, successivamente il foro appare dapprima rossastro e poi

arancione, giallo, ecc. quando il picco della radiazione cade nel visibile, per poi infine diventare violetto e successivamente nero quando il picco cade nell'ultravioletto.
La legge di Wien può essere enunciata anche in funzione della lunghezza d'onda: in tal caso il grafico dell'intensità della radiazione in funzione della lunghezza d'onda presenta dei picchi che si spostano verso sinistra, cioè verso lunghezze d'onda più basse, all'aumentare della temperatura, e la legge può essere enunciata come segue:

la lunghezza d'onda λ_m di picco è inversamente proporzionale alla temperatura assoluta:

$$\lambda_m T = cost$$

la costante della legge vale 2,90 · 10^{-3} m K.

Ciò che i fisici non riuscivano a giustificare teoricamente, però, è proprio l'andamento della curva sperimentale: i tentativi fatti fino a quel momento riuscivano a descrivere solo la parte crescente o quella decrescente della curva. La più importante tra le formule proposte è nota col nome di formula di Rayleigh - Jeans: i due fisici inglesi proposero il modello della "cavità risonante" secondo il quale le pareti della cavità del corpo nero sono costituite da cariche oscillanti, ciascuna con una propria frequenza, capaci di emettere e assorbire solo radiazioni di frequenza uguale alla propria.
Applicando le leggi della fisica classica, Rayleigh e Jeans giunsero a formulare la seguente legge:

$$u(f,T) = \frac{8\pi f^2}{c^3}\,\overline{E}$$

dove u(f,T) rappresenta la densità di energia emessa dal corpo nero, mentre $\overline{E}$ è l'energia media delle cariche oscillanti. In base al principio di equipartizione dell'energia, attribuendo a esse due gradi di libertà, si ha:

$$\overline{E} = \left(\frac{1}{2}\,k\,T\right)\cdot 2 = k\,T$$

k è la costante di Boltzmann il cui valore è 1,38 · 10^{-23} J/K.

A questo punto, la formula di Rayleigh - Jeans prende la forma:

$$u(f,T) = \frac{8\pi f^2}{c^3} k T$$

Questa formula, però prevede che all'aumentare della frequenza cresca sempre più il valore dell'energia emessa, mentre la curva sperimentale dice che, superato il valore di picco, l'energia emessa deve tendere a zero.
La previsione secondo la quale ad alte frequenze l'energia emessa tende verso l'infinito va sotto il nome di "**catastrofe ultravioletta**" e costituisce, oltre che una violazione del principio di conservazione dell'energia, il definitivo fallimento di tutti i tentativi di spiegazione della radiazione del corpo nero fatti dalla fisica classica.
Per risolvere l'intricata situazione, il fisico tedesco Max Planck formulò un'ipotesi, per l'epoca, alquanto ardita: accettando il modello della cavità risonante di Rayleigh e Jeans, ipotizzò che l'energia di ogni oscillatore di frequenza f non possa assumere valori continui ma solo discreti; i possibili valori dell'energia di ogni singolo oscillatore sono dati dalla relazione:

$$E_n = n\, h\, f$$

dove n è un numero intero positivo, f è la frequenza dell'oscillatore e h è una nuova costante della Fisica, detta **costante di Planck**, il cui valore è:

$$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}$$

L'energia degli oscillatori, pertanto, risulta quantizzata.
Partendo da questa ipotesi, Planck ricavò per l'energia media l'espressione:

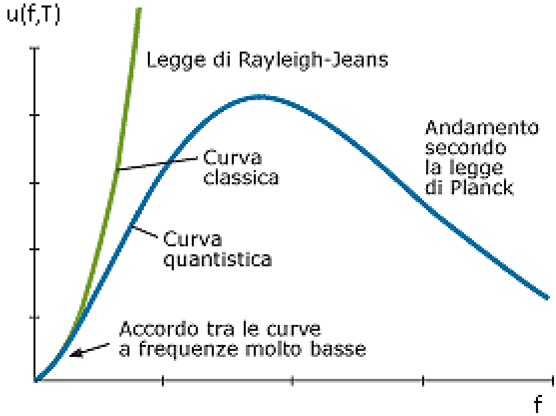
$$\bar{E} = \frac{hf}{e^{hf/(kT)} - 1}$$

per cui l'espressione della densità di energia diventa:

$$u(f,T) \frac{8\pi f^2}{c^3} \frac{hf}{e^{hf/(kT)} - 1}$$

Questa legge descrive perfettamente le curve sperimentali.

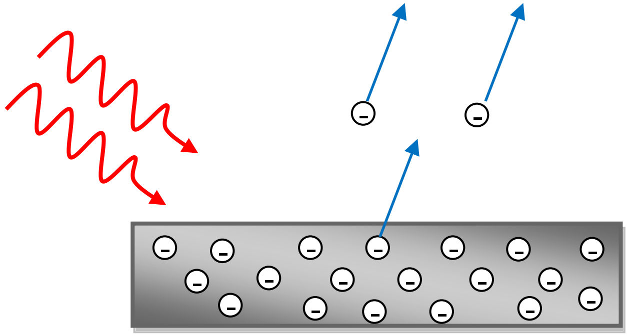
La soluzione proposta da Planck, per quanto potesse sembrare risolutiva, appare comunque come una giustificazione priva di significato fisico: lo stesso Planck si dimostrava poco convinto della sua stessa idea. Tuttavia quanto proposto da Planck ha il merito di avere, per la prima volta, ipotizzato che l'energia potesse in qualche modo essere quantizzata. Fu Einstein, con la sua interpretazione dell'effetto fotoelettrico, a capire che la quantizzazione dell'energia è una legge generale della natura.



Confronto tra la curva quantistica e la legge di Rayleigh-Jeans. Le due curve si accordano solo alle basse frequenze; al crescere della frequenza la densità di energia prevista da Rayleigh e Jeans tende verso valori infinitamente grandi (catastrofe ultravioletta)

5.3 Effetto fotoelettrico

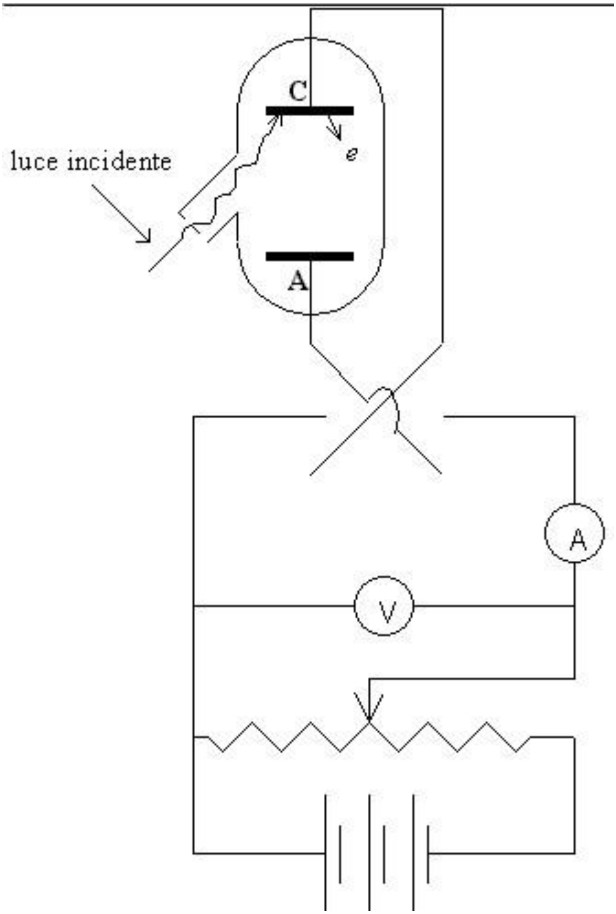
L'effetto fotoelettrico consiste nell'emissione di elettroni da parte di una placca metallica illuminata.



Estrazione di elettroni da una piastra di metallo.

È noto che per estrarre un elettrone da un metallo è necessario compiere un lavoro, detto lavoro di estrazione, il cui valore dipende dalla natura del metallo ed è di pochi eV; il rapporto tra il lavoro di estrazione e la carica dell'elettrone è detto potenziale di estrazione: $W_e = e\, V_e$, avendo indicato con W_e il lavoro di estrazione e con V_e il potenziale di estrazione. L'energia fornita dalla radiazione incidente, quindi, consente di estrarre elettroni dal metallo con relativa facilità, date le basse energie richieste. Per studiare l'effetto fotoelettrico, si può utilizzare un tubo di vetro al cui interno sia praticato il vuoto e nel quale siano inseriti due elettrodi, uno dei quali rivestito di metallo fotosensibile, collegati a un galvanometro.
Illuminando la placca, si osserva che il galvanometro segna un debole passaggio di corrente anche in assenza di d.d.p., a dimostrazione che alcuni elettroni possono avere un'energia cinetica sufficiente a raggiungere l'altro elettrodo. Applicando poi una certa d.d.p. positiva, cioè tale che l'elettrodo con la placca sia negativo (catodo), un sempre più grande numero di elettroni vengono accelerati verso l'anodo, finché non si raggiunge la corrente di saturazione, cioè quel valore in corrispondenza del quale tutti gli elettroni estratti vengono accelerati verso l'anodo. Invertendo le polarità degli elettrodi, rendendo cioè la placca positiva, gli elettroni emessi vengono ostacolati dalla d.d.p. negativa finché non si raggiunge un particolare valore di essa, detto

potenziale d’arresto, per il quale anche gli elettroni dotati di maggiore energia cinetica vengono respinti verso la placca, per cui la corrente diventa nulla.



Apparato sperimentale di Lenard* per sperimentare che la luce incidente su una superficie metallica provoca l’emissione di elettroni la cui energia non dipende dall’intensità della luce ma dal suo colore, cioè dalla frequenza. Quando la luce colpisce il catodo C vengono emessi elettroni. Il numero di elettroni che raggiungono l’anodo A è misurato dalla corrente nell’amperometro.

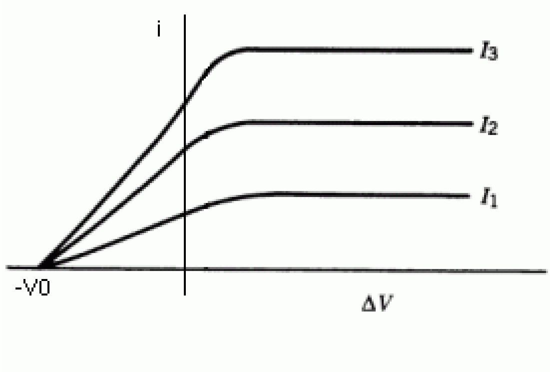


Grafico della corrente in funzione della d.d.p. tra gli elettrodi a una data frequenza della radiazione, purché non inferiore alla frequenza di soglia. Si noti l'aumento della corrente di saturazione al crescere dell'intensità I della radiazione e l'indipendenza del valore del potenziale d'arresto V_0 dall'intensità

Le osservazioni sull'effetto fotoelettrico hanno evidenziato alcuni aspetti inspiegabili per la Fisica classica, essi sono:

- l'assenza di elettroni emessi se la frequenza della radiazione incidente è inferiore a un valore caratteristico del metallo, detto frequenza di soglia. Per la Fisica classica l'energia della radiazione dipende unicamente dall'intensità di essa, per cui, per fasci di qualunque frequenza, se l'intensità è sufficientemente alta si dovrebbe avere emissione di elettroni;
- l'indipendenza dell'energia cinetica massima degli elettroni emessi dall'intensità della radiazione. La Fisica classica prevede che al crescere dell'intensità del fascio incidente cresca non solo il numero di elettroni emessi, e quindi l'intensità della corrente di saturazione (fatto confermato sperimentalmente, purché si superi la frequenza di soglia), ma anche l'energia cinetica massima degli stessi. Se ciò fosse vero, dovremmo avere per lo stesso metallo valori del potenziale d'arresto sempre più grandi al crescere dell'intensità. Dagli esperimenti, invece, si nota che uno stesso metallo ha valori del potenziale d'arresto dipendenti dalla frequenza del fascio incidente e non dalla sua intensità.

La Fisica classica prevede che, per fasci di piccola intensità, debba esistere un ritardo tra il momento in cui si illumina la placca e quello in

cui avviene l'emissione di elettroni; ciò perché è necessario un certo tempo affinché gli elettroni accumulino energia sufficiente per abbandonare il metallo. Sperimentalmente, invece, si osserva che, anche per fasci molto deboli, l'emissione, purché sia superata la frequenza di soglia, è istantanea.

Lavoro di estrazione e frequenza di soglia di alcuni metalli

Metallo	**Lavoro di estrazione (ev)**	**Frequenza di soglia (10^{14}hz)**
Potassio	2,25	5,43
Sodio	2,28	5,51
Calcio	3,20	7,74
Zinco	4,27	10,3
Rame	4,48	10,8
Argento	4,70	11,4

Per interpretare correttamente l'effetto fotoelettrico, Albert Einstein, nel 1905, propose una spiegazione riprendendo il concetto di **quanto di energia** introdotto da Planck per risolvere il problema del corpo nero. A differenza di Planck, però, Einstein riteneva che tutta l'energia fosse quantizzata e che la radiazione elettromagnetica viaggiasse in pacchetti di energia, chiamati fotoni, ciascuno dei quali trasporta un'energia pari al prodotto tra la frequenza e la costante di Planck:

$$E = hf$$

In questo modo si spiega il perché dell'esistenza della frequenza di soglia, infatti l'energia della radiazione incidente deve essere maggiore o uguale del lavoro di estrazione:

$$E \geq W_e$$

ponendo $E = hf$ e $W_e = hf_0$, dove f_0 indica la frequenza di soglia, si ricava facilmente che $f \geq f_0$.
L'energia in eccesso rispetto a quella di soglia diventa l'energia cinetica massima degli elettroni emessi:

$$E_{k,max} = E - W_e = h\,(f - f_0)$$

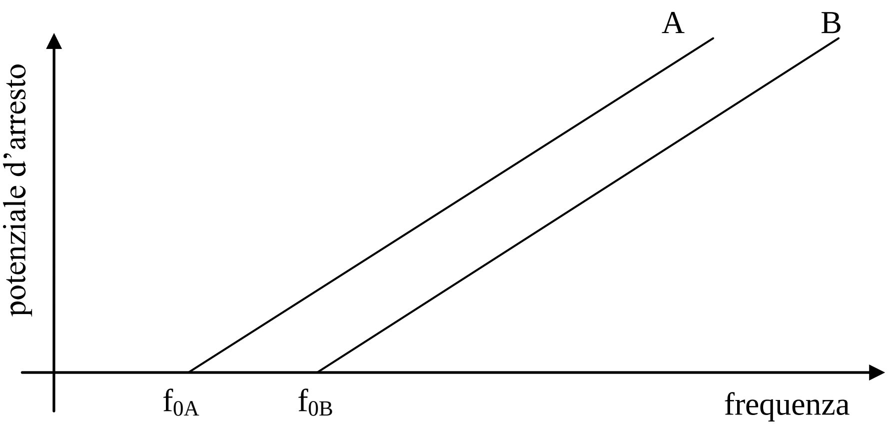
in questa relazione notiamo l'indipendenza dell'energia cinetica massima dall'intensità, da ciò deduciamo che anche per basse intensità l'emissione di elettroni è immediata.
L'energia cinetica massima è legata al potenziale d'arresto V_0 dalla relazione

$$E_{k,max} = eV_0$$

per cui si ottiene $$V_0 = \frac{h}{e}(f - f_0) = \frac{h}{e} f - \frac{h}{e} f_0$$

cioè $$V_0 = \frac{h}{e} f - V_e$$

questa equazione nelle variabili f e V_0, che ha significato fisico solo per $f \geq f_0$, rappresenta una semiretta di coefficiente angolare h/e. Il significato dell'equazione è che, considerando diversi metalli, le semirette che rappresentano la dipendenza del potenziale d'arresto dalla frequenza devono essere tutte parallele tra loro: questa previsione fu confermata sperimentalmente da Millikan nel 1916, a conferma dell'esattezza della previsione di Einstein.



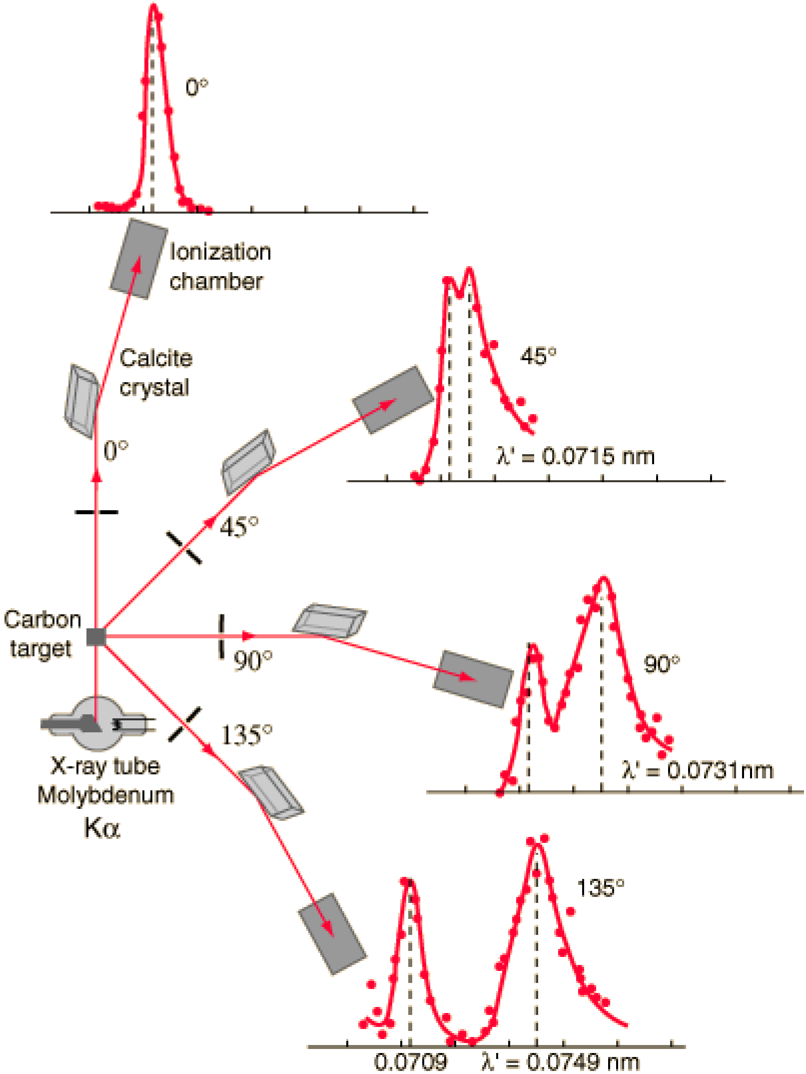
Dipendenza del potenziale d'arresto dalla frequenza della radiazione incidente per due metalli diversi A e B. Si noti che le due semirette hanno lo stesso coefficiente angolare. L'intersezione di ciascuna semiretta con l'asse delle ascisse rappresenta la frequenza di soglia del relativo metallo.

5.4 Effetto Compton

Nel 1923 il fisico statunitense Compton svolse una serie di ricerche riguardo alla diffusione subita da radiazione di alta frequenza da parte di un metallo. Anche questo fenomeno presentava aspetti non spiegabili con la Fisica classica: infatti era noto che, inviando un fascio di raggi X contro un blocco di grafite, il fascio diffuso presentava, oltre alla radiazione incidente di lunghezza d'onda λ, una seconda radiazione di lunghezza d'onda $\lambda' \geq \lambda$, il cui valore dipende dall'angolo di diffusione. Per spiegare questo fenomeno, Compton utilizzò il modello a fotoni di Einstein della radiazione e ipotizzò che i fotoni del fascio incidente, considerati come vere e proprie particelle di energia $E = hf$ e quantità di moto $p = h/\lambda$, urtassero gli elettroni liberi del metallo, considerati inizialmente in quiete, cedendo loro una parte della propria energia e subendo al contempo una diminuzione della frequenza (infatti se $E' < E$, allora $f' < f$ e $\lambda' > \lambda$). Applicando il principio di conservazione della quantità di moto, Compton ottenne una relazione tra la lunghezza d'onda del fotone diffuso e l'angolo di diffusione θ:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta)$$

dove m_e è la massa a riposo dell'elettrone, e la grandezza $\frac{h}{m_e c}$, il cui valore è $2{,}43 \cdot 10^{-12}$ m, prende il nome di lunghezza d'onda Compton. Esaminando la formula, si osserva che, partendo dal caso di urto radente ($\theta = 0°$), nel quale la radiazione non viene praticamente diffusa e non subisce alcuna variazione di λ, la variazione della lunghezza d'onda cresce al crescere di θ , fino a raggiungere il massimo valore per $\theta = 180°$ (urto centrale), nel quale essa è pari al doppio della lunghezza d'onda Compton. Notiamo, infine, che l'energia cinetica acquisita dall'elettrone è $K = h(f - f')$.



Compton Scattering Data*. Lunghezza d'onda della radiazione diffusa in funzione dell'angolo di diffusione nell'effetto Compton.

5.5 Dualismo onda-corpuscolo

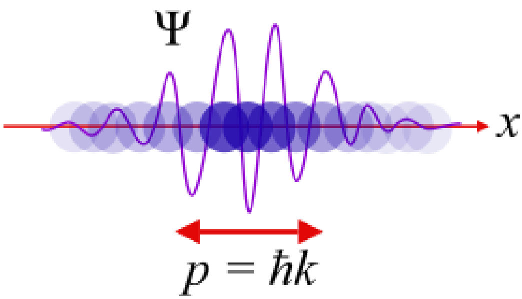
Con la spiegazione quantistica dell'effetto Compton, il concetto di fotone venne finalmente accettato dalla quasi totalità dei fisici, fino ad allora alquanto scettici sulla validità della teoria di Einstein. Nel giro di circa 20 anni si è passati dalla prima ipotesi di Planck sulla quantizzazione dell'energia (1901), limitata però alla sola energia delle cariche oscillanti costituenti il corpo nero, alla teoria alquanto rivoluzionaria di Einstein, che riteneva che tutta l'energia fosse quantizzata (1905), per giungere, infine, a considerare il fotone, nell'effetto Compton, come una vera e propria particella (1923). Nel considerare il fotone come una particella, però, è bene considerare le caratteristiche del tutto particolare che fanno del fotone una particella assai diversa da quelle ordinarie. Infatti tutti i fotoni hanno un'energia legata alla frequenza della radiazione (E = hf) e viaggiano alla velocità della luce, uguale per tutti gli osservatori, mentre le particelle ordinarie, dotate di massa a riposo non nulla, viaggiano a velocità inferiore a essa: da ciò deduciamo che la massa a riposo di un fotone è necessariamente uguale a zero, infatti dall'equazione $E = mc^2 = \gamma m_0c^2$ si ottiene $m_0c^2 = \frac{E}{\gamma} = E\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, quindi se v = c si ha $m_0c^2 = 0$, per cui $m_0 = 0$.

Nonostante siano privi di massa, i fotoni sono però dotati di quantità di moto, essa può essere ricavata a partire dall'equazione relativistica $E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$, dalla quale si ottiene $p = \frac{E}{c}$, formula che concorda con quella della quantità di moto trasportata da un'onda elettromagnetica ricavabile con le equazioni di Maxwell. Tenendo conto poi che E = hf, si ha $p = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$.

Quanto detto finora dimostra che la luce, in tutti i fenomeni nei quali interagisce con le particelle microscopiche, ha una natura spiccatamente corpuscolare; nondimeno nel mondo macroscopico, essendo soggetta ai tipici fenomeni ondulatori di riflessione, rifrazione, interferenza e diffrazione, la luce si comporta come un'onda.

Ciò indusse i fisici a riconoscere alla luce una doppia natura, ondulatoria nei fenomeni macroscopici e corpuscolare in quelli microscopici, questa caratteristica della luce prende il nome di dualismo onda-corpuscolo. Nel 1923, poco dopo la spiegazione quantistica

dell'effetto Compton, un giovane studente universitario francese, Louis de Broglie, con una geniale intuizione estese il dualismo onda-corpuscolo alle particelle microscopiche: partendo dalla relazione $p = \frac{\mathrm{h}}{\lambda}$, egli associò a ogni particella una lunghezza d'onda, oggi nota come lunghezza d'onda di de Broglie, mediante la formula inversa $\lambda = \frac{\mathrm{h}}{\mathrm{p}} = \frac{\mathrm{h}}{\mathrm{mv}}$. Questa formula suggerisce che l'aspetto ondulatorio della materia è caratteristico delle particelle di piccola massa e dotate di alta velocità: con opportuni calcoli, per esempio, è possibile verificare che un elettrone ($m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg) dotato di velocità $v = 2 \cdot 10^6$ m/s ha una lunghezza d'onda di de Broglie di circa $3,6 \cdot 10^{-10}$ m, confrontabile con le dimensioni di un atomo o di una molecola, mentre un proiettile di massa $5 \cdot 10^{-3}$ kg in moto alla velocità di 250 m/s ha una lunghezza d'onda di de Broglie di circa $1,3 \cdot 10^{-33}$ m, troppo piccola per poter essere osservata in un qualsiasi esperimento.
L'ordine di grandezza della lunghezza d'onda di de Broglie di un elettrone è tale da ipotizzare la possibilità di osservare la loro diffrazione attraverso le maglie di un reticolo cristallino. Un esperimento del genere fu effettuato nel 1927 da Davisson e Germer utilizzando elettroni di bassa energia (circa 54 eV) e un cristallo di nichel: i due fisici ottennero la figura di diffrazione tipica delle onde, confermando così l'ipotesi di de Broglie. Possiamo quindi concludere che il dualismo onda-corpuscolo è una legge di natura e costituisce il punto di partenza di una nuova branca della Fisica moderna: la Meccanica quantistica.



Dualismo onda corpuscolo*

5.6 Il principio di indeterminazione di Heisenberg e la funzione d’onda

Le caratteristiche profondamente diverse di un’onda e di una particella materiale rendono assai difficoltoso conciliarle in un’unica entità: come è possibile, per esempio, associare a un qualcosa di estremamente localizzato come una particella un’entità fisica come un’onda, che invece è indefinitamente estesa nello spazio e nel tempo? Per far ciò, i fisici ritennero che a una particella non debba essere associata solo un’onda, bensì un insieme formato da numerosissime onde armoniche di un’opportuna ampiezza la cui sovrapposizione risulti costruttiva in una ristretta zona dello spazio e distruttiva altrove. Questo insieme di onde, detto pacchetto d’onde, genera un impulso localizzato che, al trascorrere del tempo, si sposta mantenendo inalterata la propria configurazione. Le particelle vanno quindi descritte come pacchetti d’onde la cui velocità, detta velocità di gruppo, coincide con quella della particella, risultando però generalmente diversa da quella delle singole onde componenti (velocità di fase). E’ possibile dimostrare che la localizzazione del pacchetto d’onde è sempre più accentuata al crescere del numero di onde componenti: una maggiore localizzazione, però, porta però a una maggiore variabilità dei possibili valori delle lunghezze d’onda delle onde componenti, di conseguenza il prodotto tra l’estensione spaziale Δx del pacchetto e il campo di variazione $\Delta\lambda$ della lunghezza d’onda non può essere inferiore a un certo valore. Tenendo conto della relazione di de Broglie tra lunghezza d’onda e quantità di moto, si può pervenire all’affermazione secondo la quale il prodotto tra l’incertezza sulla posizione e quella sulla quantità di moto di una particella non può essere inferiore a un valore piccolo ma finito, generalmente posto uguale a $h/2\pi$:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq h/2\pi$$

Questa disuguaglianza va sotto il nome di principio di indeterminazione di Heisenberg, che la formulò nel 1927. In base a questo principio, a causa dell’aspetto ondulatorio delle particelle, è impossibile conoscere, in un dato istante, con infinita precisione, la posizione e la quantità di moto di una particella: all’aumentare della conoscenza della posizione diminuisce la conoscenza della quantità di moto della particella e

viceversa. Il principio può essere enunciato anche riguardo all'incertezza con cui sono note l'energia e il tempo:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h/2\pi$$

L'aspetto più interessante di questa formulazione del principiò è la possibilità che entro determinati limiti temporali un sistema può essere soggetto a fluttuazioni dell'energia che violano il principio di conservazione dell'energia.
La descrizione matematica di un pacchetto d'onde è data da una funzione della posizione e del tempo detta funzione d'onda, indicata mediante il simbolo $\psi(x,t)$. L'equazione che descrive il moto della particella, e che consente di ricavare le possibili espressioni della funzione d'onda si chiama equazione di Schrödinger, dal nome del fisico austriaco che la propose nel 1926. Partendo dall'idea che il moto della particella dipendesse solo dall'energia potenziale U e dall'energia totale E, Schrödinger scrisse un'equazione differenziale del 2° ordine, la cui forma nel caso unidimensionale è:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m(E-U)}{h^2}\,\psi = 0$$

Le soluzioni dell'equazione di Schrödinger forniscono i possibili moti che la particella può avere in base alla sua energia. Inizialmente Schrödinger non dette un particolare significato fisico alla funzione d'onda, e solo dopo un certo tempo il fisico tedesco Max Born interpretò il suo modulo quadro come la probabilità che la particella occupi in un dato momento una certa posizione:

$$P(x) = |\psi(x)|^2$$

Tenendo conto di questo particolare significato della funzione d'onda e del principio di indeterminazione di Heisenberg, pertanto, si può concludere affermando che nello studio del moto di una particella microscopica non è possibile, mediante le equazioni del moto, stabilire l'esatta evoluzione dinamica della stessa, ma solo prevedere i possibili stati che essa può raggiungere con le rispettive probabilità. Ciò è nettamente diverso dalla concezione classica del moto, valida per i sistemi macroscopici, secondo la quale, note le condizioni iniziali, è possibile prevedere con esattezza l'evoluzione dinamica del sistema.

5.7 Modello atomico di Bohr e spettri di emissione a righe dei gas

La teoria quantistica consente di descrivere adeguatamente la struttura dell'atomo. Già nel 1911 Rutherford, attraverso un celebre esperimento, dimostrò che il nucleo dell'atomo, nel quale erano racchiusi i protoni, di carica positiva (solo nel 1932 fu scoperto, quale particella priva di carica situata nel nucleo, il neutrone), occupava solo una piccola parte del volume dell'intero atomo. Esternamente al nucleo erano situati gli elettroni, di carica negativa, il cui moto avveniva secondo orbite circolari chiuse, a varie distanze dal nucleo, similmente al moto dei pianeti attorno al Sole. L'energia meccanica totale di un elettrone, di carica -e, orbitante attorno al nucleo, di carica +Ze (Z è il numero di protoni) è la somma dell'energia cinetica $\frac{1}{2}\mathrm{mv}^2$ con quella potenziale elettrica $-\frac{\mathrm{kZe}^2}{\mathrm{r}}$, con $\mathrm{k} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$. Tenendo conto che la forza elettrica $-\frac{\mathrm{kZe}^2}{r^2}$ è uguale alla forza centripeta $\frac{\mathrm{mv}^2}{\mathrm{r}}$, si può dimostrare che l'energia cinetica può essere espressa come $\frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{kZe}^2}{\mathrm{r}}\right)$, per cui l'energia totale di un elettrone è $\mathrm{E} = -\frac{\mathrm{kZe}^2}{2\mathrm{r}}$. Si nota, quindi, come l'energia dell'elettrone di un dato atomo, di segno negativo, sia legata unicamente alla distanza dal nucleo: a distanze maggiori corrisponde un'energia sempre più grande. Questo modello dell'atomo, detto modello planetario, poneva però un serio interrogativo: gli elettroni, ruotando, sono dotati di accelerazione centripeta, e quindi dovrebbero irradiare onde elettromagnetiche, di frequenza pari a quella dell'orbita, perdendo progressivamente energia e diminuendo, nello stesso tempo, il raggio della loro orbita. Le loro orbite, pertanto, dovrebbero essere delle spirali che, in breve tempo, fanno collassare l'elettrone sul nucleo, con conseguente instabilità dell'atomo. Tutto ciò è in contrasto con l'evidenza sperimentale, in base alla quale gli atomi sono estremamente stabili.

Un altro problema che gli scienziati non riuscivano a risolvere era quello relativo allo spettro di emissione dei gas rarefatti: a differenza del caso dei corpi solidi riscaldati, che emettono radiazione continua su tutte le possibili frequenze, essi emettevano uno spettro a righe, cioè caratterizzato solo da particolari frequenze, proprie di quel gas. Per

esempio, lo spettro dell'idrogeno è formato da diverse serie, ciascuna delle quali contiene un certo numero di frequenze. La serie corrispondente alle lunghezze d'onda minori è detta serie di Lyman e cade interamente nell'ultravioletto. Successivamente si trovano la serie di Balmer, che cade nel visibile, e quella di Paschen, che cade nell'infrarosso. In modo puramente empirico, e quindi senza alcuna giustificazione teorica, nel 1885 lo scienziato svizzero Balmer ottenne una formula, detta appunto formula di Balmer, con la quale era possibile ottenere tutte le serie spettrali dell'idrogeno, con le relative lunghezze d'onda:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n' = 1, 2, 3, \ldots \qquad n = n'+1, n'+2, n'+3, \ldots$$

con $R = 1{,}097 \cdot 10^7$ m^{-1} costante di Rydberg.
I valori di n' danno le varie serie (n' = 1 serie di Lyman, n' = 2 serie di Balmer, n' = 3 serie di Paschen, ecc.), mentre facendo variare n si ottengono tutte le lunghezze d'onda di ciascuna serie.
Il problema della stabilità delle orbite e il mistero degli spettri a righe richiedevano, a questo punto, una valida spiegazione concettuale.
Un grosso passo in avanti in tal senso fu fatto nel 1913 dal fisico danese Niels Bohr. Nel suo modello atomico dell'atomo di idrogeno, Bohr postulò che l'elettrone poteva muoversi attorno al nucleo solo lungo particolari orbite circolari, in modo che il suo momento angolare risultava quantizzato secondo la formula:

$$L_n = n\,\frac{h}{2\pi} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

In questo modo, anche l'energia risulta quantizzata. Inoltre, la stabilità dell'orbita viene spiegata postulando che nel loro moto gli elettroni non emettono radiazione elettromagnetica: essa viene emessa o assorbita solo quando l'elettrone passa da un'orbita permessa a un'altra. Utilizzando il concetto di fotone, Bohr stabilì che la frequenza del fotone emesso o assorbito è dato dalla relazione $f = \frac{|E_2 - E_1|}{h}$, il numeratore di questa formula rappresenta il valore assoluto della differenza di energia tra le due orbite. Sfruttando la quantizzazione del

momento angolare, Bohr ricavò una formula per ottenere i raggi delle orbite permesse:

$$r_n = \left(\frac{h^2\varepsilon_0}{\pi^2 me^2}\right) n^2 \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

e un'altra formula per calcolare l'energia di ogni orbita:

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

Considerando i valori delle costanti presenti nelle 2 formule, possiamo riscriverle in forma semplificata:

$$r_n = (5{,}29 \cdot 10^{-11}\ \text{m})\, n^2 \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$
$$E_n = -(13{,}6\ \text{eV})\,\frac{1}{n^2} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

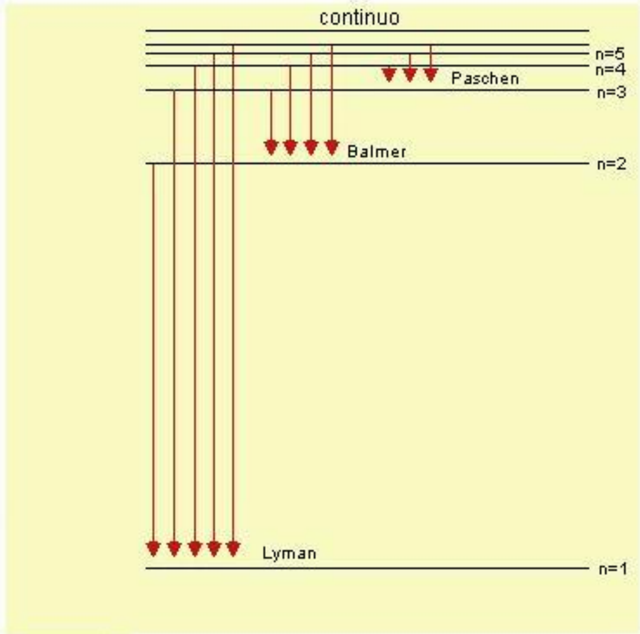
L'orbita corrispondente a n = 1 è detta stato fondamentale, sostituendo nelle formule precedenti si ottiene il valore del raggio dell'orbita più interna, detto raggio di Bohr:

$$r_1 = 5{,}29 \cdot 10^{-11}\ \text{m}$$

e il corrispondente valore dell'energia:

$$E_1 = -13{,}6\ \text{eV}$$

Le altre orbite, di raggio ed energia sempre più grandi al crescere di n, sono dette stati eccitati.
La teoria di Bohr spiega anche lo spettro a righe dell'idrogeno: le uniche frequenze presenti nello spettro corrispondono alle frequenze dei fotoni emessi durante le transizioni elettroniche, cioè il passaggio dell'elettrone da uno stato di maggiore verso uno di minore energia. Così, la serie di Lyman corrisponde alle transizioni dai vari stati eccitati ($n \geq 2$) verso lo stato fondamentale ($n' = 1$), la serie di Balmer alle tra gli stati eccitati con $n \geq 3$ verso il secondo livello energetico ($n' = 2$), ecc. In questo modo, viene anche giustificata la formula di Balmer.



Serie spettrali dell'atomo d'idrogeno.

Notiamo che le relazioni ottenute da Bohr possono essere facilmente estese a tutti gli atomi idrogenoidi, cioè aventi un solo elettrone indipendentemente dal numero di protoni Z, come, per esempio, tutti gli isotopi dell'idrogeno (Z = 1),l'atomo di elio ionizzato una volta (Z = 2), l'atomo di litio ionizzato 2 volte (Z = 3), ecc.. Avremo che l'energia dei vari stati si ottiene con la relazione

$$E_n = -(13{,}6\ \text{eV})\,\frac{Z^2}{n^2} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

mentre i reggi delle orbite sono

$$r_n = (5{,}29 \cdot 10^{-11}\ \text{m})\,\frac{n^2}{Z} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

La teoria di Bohr ebbe un riscontro sperimentale nel 1914 attraverso un esperimento condotto dagli scienziati Franck ed Hertz.

5.8 Modello quantistico dell'atomo di idrogeno

Nonostante i successi conseguiti, la teoria di Bohr appare ancora insoddisfacente perché fondata su una serie di assunzioni ad hoc, prive cioè di fondamento teorico; solo nel 1923, con l'ipotesi ondulatoria di de Broglie, si giunse finalmente a comprendere più a fondo la struttura dell'atomo. Per inquadrare teoricamente il concetto di orbita stazionaria, consideriamo l'elettrone come un'onda e consideriamo la relazione di de Broglie:

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

ipotizziamo inoltre che il moto dell'elettrone lungo l'orbita sia assimilabile a quello di un'onda stazionaria su una corda. Essendo la "corda" di forma circolare, la condizione di stazionarietà si impone immaginando che nella sua lunghezza ($2\pi r$) sia contenuto un multiplo intero di lunghezze d'onda:

$$n \lambda = 2 \pi r \quad \Longrightarrow \quad \lambda = \frac{2 \pi r}{n}$$

sostituendo nella relazione di de Broglie si ha:

$$p = n \frac{h}{2 \pi r}$$

essendo $p = m v$ si ottiene la quantizzazione del momento angolare:

$$m v r = n \frac{h}{2 \pi} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

postulata da Bohr.

Ricordiamo che un'onda stazionaria non trasporta energia, quindi a ogni orbita stazionaria corrisponde una ben precisa energia, che non varia mai nel tempo: si conferma così l'altra ipotesi di Bohr, cioè quella secondo la quale l'elettrone in orbita stazionaria non irradia energia.
Trovata la giustificazione al modello di Bohr, resta però un altro aspetto da interpretare meglio: le orbite ipotizzate da Bohr sono ancora riferite al moto di una particella materiale classica, regolato dalle leggi di Newton e di cui posso conoscere con esattezza la distanza dal nucleo. Ora, invece, l'elettrone deve essere descritto mediante un'opportuna

funzione d'onda, ottenibile risolvendo l'equazione di Schrödinger. Interpretando il modulo quadro di essa come la probabilità di trovare l'elettrone in una certa zona dello spazio, possiamo concludere che il concetto classico di orbita va sostituito con quello quantistico di orbitale. In altre parole, l'elettrone di un certo livello energetico non segue un'orbita di raggio ben preciso, bensì si muove all'interno di una certa zona dello spazio (l'orbitale, appunto), potendo trovarsi quindi a diverse distanze dal nucleo; ciascuna possibile posizione dell'elettrone avrà, però, una diversa probabilità, a seconda dell'ampiezza della funzione d'onda. Si può dimostrare che la maggiore probabilità corrisponde proprio ai raggi calcolati da Bohr.
Per terminare questa breve analisi della struttura dell'atomo di idrogeno, osserviamo che la teoria quantistica, a differenza di quella di Bohr che prevede un unico numero quantico, comune sia all'energia che al momento angolare (n = 1, 2, . . .), assegna all'elettrone 4 numeri quantici, essi sono:

1. Il numero quantico principale n, legato all'energia dell'orbitale:

$$E_n = -(13{,}6\ \text{eV})\,\frac{1}{n^2} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

   esso coincide con quello di Bohr.

2. Il numero quantico del momento angolare l , detto anche numero quantico secondario o azimutale: mentre per Bohr la quantizzazione del momento angolare si ottiene con lo stesso numero quantico n: $L_n = n\, h/2\pi$, per la teoria quantistica il modulo del momento angolare è dato dalla relazione

$$L = \sqrt{l\,(l+1)}\,\frac{h}{2\pi} \qquad l = 0, 1, 2, \ldots\ (n-1)$$

Di conseguenza, avremo che al livello fondamentale l'elettrone può assumere un solo valore di L: $L = \frac{h}{2\pi}$, come previsto da Bohr: Invece, per n = 2, mentre Bohr trova un solo valore di L: $L = 2\,\frac{h}{2\pi}$, per la teoria quantistica i valori possibili di L sono 2: $L_0 = \frac{h}{2\pi}$ per $l = 0$, $L_1 = 2\,\frac{h}{2\pi} = \frac{h}{\pi}$ per $l = 1$, e così via.
Nell'atomo di idrogeno, la quantizzazione del modulo del momento angolare non ha effetto sull'energia dell'elettrone.

3. Il numero quantico magnetico m_l ; esso, non previsto dalla teoria di Bohr, dà la componente del momento angolare lungo la direzione dell'asse z secondo la legge:

$$L_z = m_l \frac{h}{2\pi} \qquad m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \pm l$$

in altre parole, m_l è legato all'orientazione del vettore momento angolare.
Questo numero quantico fu introdotto per spiegare l'effetto prodotto sui livelli energetici da un campo magnetico esterno. Il fisico olandese Zeeman osservò nel 1896 che, applicando un campo magnetico esterno, ciascuna linea dello spettro dell'idrogeno si separava in tre linee(effetto Zeeman). Ciò equivale a dire che il campo esterno divide ciascun livello energetico in sottolivelli di energia leggermente differente.
Diamo ora una spiegazione teorica dell'effetto Zeeman. Assimilando il moto dell'elettrone a una corrente elettrica, si associa ad esso un momento magnetico orbitale la cui componente z è legata a L_z dalla relazione:

$$M_z = -\frac{e}{2m} L_z \qquad \text{m è la massa dell'elettrone.}$$

Ipotizzando la quantizzazione del momento angolare si perviene alla relazione

$$M_z = -\frac{eh}{4\pi m} m_l = -\mu_B m_l$$

dove $\mu_B = \frac{eh}{4\pi m} = 9{,}274 \cdot 10^{-24}$ J/T è il magnetone di Bohr, già introdotto in precedenza. Applicando un campo magnetico esterno B, si dimostra che, in aggiunta all'energia E_n del livello di appartenenza, l'elettrone acquisisce un'energia supplementare $E_B = \mu_B B m_l$, ciò giustifica la formazione dei sottolivelli energetici e spiega l'effetto Zeeman.
Possiamo concludere affermando che la quantizzazione dell'orientazione spaziale del momento angolare ha effetto sull'energia solo in presenza di un campo magnetico esterno, è invece ininfluente in assenza di campo.

4. Il numero quantico di spin m_s , che può prendere solo i valori ±½:

$$m_s = \pm\frac{1}{2}$$

Lo spin va visto come una caratteristica intrinseca dell'elettrone, che può essere elementarmente legata ai due possibili versi di rotazione dell'elettrone, immaginato come una piccola sfera, attorno al suo asse. All'elettrone, pertanto, si associa un momento angolare di spin **S** e un momento magnetico di spin $\mathbf{M_S}$ legati dalla relazione

$$M_S = -1{,}0012\,\frac{e}{m}\,\mathbf{S}$$

Anche in questo caso, per giustificare alcune evidenze sperimentali, tra le quali la più importante è data dall'esperimento di Stern - Gerlach, si ipotizza la quantizzazione della componente z del momento angolare:

$$S_z = m_s\,\frac{h}{2\pi}$$

in accordo con le evidenze sperimentali, si impongono a m_s i due possibili valori +½ (spin up) e -½ (spin down).
Come nel caso precedente, gli effetti dello spin sull'energia dell'elettrone dell'atomo di idrogeno si verificano solo in presenza di campi esterni.

5.9 Atomi con molti elettroni

Il modello quantistico dell'atomo di idrogeno, con i 4 numeri quantici n, l, m_l , m_s può essere esteso con relativa facilità agli atomi con più elettroni. Nel considerare la presenza di più elettroni, bisogna tenere conto che essi, oltre a interagire col nucleo, interagiscono anche tra di loro, e ciò porta a espressioni dell'energia più complesse. Infatti, le soluzioni dell'equazione di Schrödinger dimostrano che l'energia degli elettroni dipende non solo dal numero quantico principale n, ma anche da quello secondario l. Ogni diverso valore di n (1, 2, 3, ...) costituisce un determinato livello energetico; tenendo conto che l può prendere, fissato n, i valori 0, 1, ... , n-1, ogni livello energetico è suddiviso in tanti sottolivelli quanti sono i possibili valori di l. Lo stato energetico di ogni elettrone può essere indicato con la notazione "nl" , nella quale i valori di l sono indicati, anziché con i numeri 0, 1, 2, 3, 4, ... , rispettivamente con le lettere s, p, d, f, g, ... Così abbiamo che per n = 1 l può prendere solo il valore 0, per cui il livello di minore energia è

indicato col simbolo 1s; per n = 2, l può prendere i valori 0 e 1, pertanto abbiamo i 2 sottolivelli 2s e 2p; per n = 3 abbiamo 3 sottolivelli: 3s, 3p, 3d; per n = 4 i sottolivelli sono 4s, 4p, 4d, 4f; ecc. : Notiamo che, fissato n, a l maggiore corrisponde energia maggiore; al crescere di n, invece, pur constatando che l'energia in generale cresce, si osserva l'esistenza di sottolivelli che, nonostante il minor valore di n, possiedono maggiore energia: più precisamente, il sottolivello 3p possiede più energia di 4s, e il sottolivello 4p ha più energia di 5s.

Ora bisogna esaminare come si dispongono gli elettroni quando l'atomo è allo stato fondamentale. A tal scopo, è di fondamentale importanza il principio di esclusione di Pauli, enunciato dal fisico austriaco nel 1925: esso afferma che nessun elettrone di uno stesso atomo può avere la stessa quaterna di numeri quantici n, l, m_l , m_s. Ciò significa, quindi, che un sottolivello nl può ospitare, al massimo, tanti elettroni quante sono le possibili combinazioni dei valori permessi di m_l e m_s; pertanto nello stato fondamentale gli elettroni non possono occupare tutti il livello di minima energia 1s, bensì si dovranno sistemare occupando man mano i livelli energetici, partendo da quello più basso e proseguendo così verso i livelli più alti. Ricordando che m_l può prendere i valori 0, ±1, ±2, . . . ± l , e che m_s può prendere solo i valori ±½ , abbiamo che:

- i sottolivelli con l = 0 (1s, 2s, 3s, ...) potranno ospitare al massimo 2 elettroni, con diverso spin, essendo possibile un solo valore di m_l (0);
- i sottolivelli con l = 1 (2p, 3p, 4p, ...) , essendo ammessi 3 valori di m_l (0, ±1), e potendo abbinare a ciascuno di essi due valori possibili dello spin, possono ospitare al massimo 6 elettroni;
- i sottolivelli con l = 2 (3d, 4d, ...), essendo 5 i possibili valori di m_l , possono ospitare al massimo 10 elettroni;
- ... e così via. Si nota facilmente che il numero massimo di elettroni di un sottolivello si può calcolare con la formula 2(2l + 1).

Per indicare in maniera sintetica la configurazione elettronica di un dato atomo, si usa scrivere con un apice posto a destra del valore di l il numeri di elettroni ospitati nel sottolivello: A titolo d'esempio, riportiamo la tabella della configurazione elettronica dei primi 13 elementi:

Numero atomico	**Elemento**	**Configurazione elettronica**
1	Idrogeno	$1s^1$
2	Elio	$1s^2$
3	Litio	$1s^2\ 2s^1$
4	Berillio	$1s^2\ 2s^2$
5	Boro	$1s^2\ 2s^2\ 2p^1$
6	Carbonio	$1s^2\ 2s^2\ 2p^2$
7	Azoto	$1s^2\ 2s^2\ 2p^3$
8	Ossigeno	$1s^2\ 2s^2\ 2p^4$
9	Fluoro	$1s^2\ 2s^2\ 2p^5$
10	Neon	$1s^2\ 2s^2\ 2p^6$
11	Sodio	$1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^1$
12	Magnesio	$1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2$
13	Alluminio	$1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^1$

Approfondimenti
Il dualismo onda particella, video RAI
http://www.youtube.com/watch?v=LsyShKnFJEQ
Effetto fotoelettrico, video RAI
http://www.youtube.com/watch?v=v2JJKCsPnnA
Principio di indeterminazione di Heisemberg, video
http://www.ovo.com/principio-indeterminazione-heisenberg
Fisica quantistica video
http://www.youtube.com/watch?v=zvzsjufXagA
Introduzione alla meccanica quantistica
http://www.youtube.com/watch?v=EwgIFcvNh5g

6. FISICA NUCLEARE, RADIOATTIVITÀ, PARTICELLE ELEMENTARI

6.1 Il nucleo dell'atomo

L'esperimento di Rutherford del 1911 dimostrò che gran parte della massa dell'atomo è concentrata in una zona assai ristretta di esso, di dimensioni dell'o.d.g. di 10^{-15} m contro i circa 10^{-10} m dell'intero atomo. In questa piccola parte dell'atomo, chiamata nucleo, si trovano 2 delle 3 particelle di cui esso è costituito, cioè i protoni e i neutroni, detti genericamente nucleoni.

Il protone è una particella di massa $m_p = 1{,}673 \cdot 10^{-27}$ kg (circa 1837 volte quella dell'elettrone, che è $m_e = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg), e di carica positiva uguale, in valore assoluto, a quella dell'elettrone ($q = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C). Il neutrone, scoperto da Chadwick nel 1932 ha massa quasi uguale a quella del protone ($m_n = 1{,}675 \cdot 10^{-27}$ kg) ed è privo di carica elettrica. La massa del nucleo atomico non è mai esattamente uguale alla somma delle masse dei singoli protoni e neutroni che lo compongono, ma è leggermente inferiore (difetto di massa). Una parte di materia, infatti, si presenta sotto forma di energia che lega i nucleoni tra loro, questa energia, detta di legame, obbedisce alla relazione di Einstein $E = (\Delta m)c^2$.

Mentre il numero di protoni dà il numero atomico Z dell'atomo, e caratterizza quindi la natura chimica dell'elemento, la somma del numero di protoni e di neutroni dà il numero di massa A. Il numero di neutroni N, pertanto, si ottiene mediante la differenza A - Z. Per indicare simbolicamente un nucleo, si usa la seguente notazione:

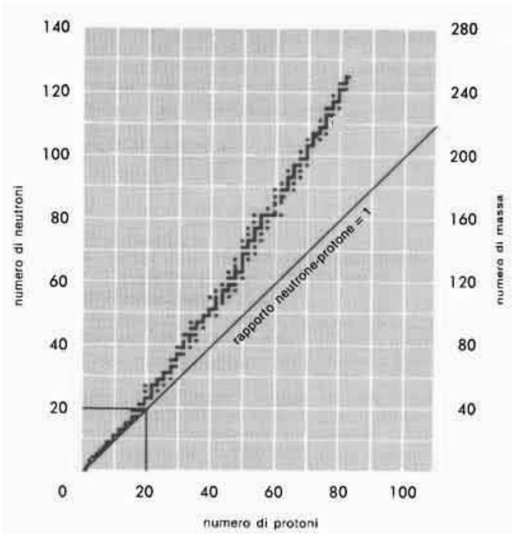
$$^{A}_{Z}X$$

con X abbiamo indicato il simbolo chimico dell'elemento.

Atomi dotati dello stesso numero atomico ma diverso numero di massa (cioè dello stesso elemento ma con diverso numero di neutroni) sono chiamati isotopi. Ad esempio, l'idrogeno, oltre alla sua forma più comune $^{1}_{1}H$, possiede gli isotopi deuterio ($^{2}_{1}H$) e trizio ($^{3}_{1}H$).

La forza che tiene uniti i nucleoni è detta interazione nucleare forte. Essa è sempre attrattiva ed è un esempio di forza a corto raggio, in quanto la sua intensità va bruscamente a zero non appena si superano le

dimensioni tipiche del nucleo atomico. Dato che i protoni sono soggetti alla repulsione elettrostatica, la stabilità del nucleo atomico è legata al confronto tra la forza nucleare forte e la forza elettrostatica. Il nucleo è stabile finché l'attrazione tra nucleoni è molto più grande della repulsione elettrostatica, e ciò si verifica, grosso modo, per quei nuclei per i quali il numero di neutroni è circa uguale a quello dei protoni finché Z è relativamente basso (Z < 20), mentre al crescere di Z il numero di neutroni necessari a garantire la stabilità supera di gran lunga quello di protoni. Quanto affermato può essere descritto dalla curva di stabilità dei nuclei.



Curva di stabilità dei nuclei.

6.2 Radioattività

I nuclei instabili hanno la tendenza a decadere in nuclei differenti emettendo particelle di varia natura oppure fotoni ad alta energia. Questo processo è chiamato genericamente radioattività e fu osservato per la prima volta da Becquerel, che nel 1896 scoprì la radioattività naturale dell'uranio, e dai coniugi Pierre e Marie Curie, che 2 anni dopo scoprirono la radioattività del polonio e del radio. I decadimenti radioattivi possono essere di tre tipi: decadimento α, nel quale il nucleo emette nuclei di elio ${}^{4}_{2}He$; decadimento β, nel quale vengono emessi elettroni o positroni (particelle aventi la stessa massa dell'elettrone ma

carica +e); decadimento γ, nel quale un nucleo eccitato emette un fotone di alta energia e passa a un livello energetico più basso.

- Nel decadimento α il nucleo decade emettendo un nucleo di elio ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$ e perdendo, così, 2 protoni e 2 neutroni. Simbolicamente esso può essere descritto dalla seguente equazione:

$$ {}^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} $$

il nucleo originario ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ prende il nome di nucleo padre, mentre il nucleo ${}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y}$ viene chiamato nucleo figlio.

- Il decadimento β, causato da una particolare forza detta interazione debole, può avvenire in due modi diversi. Nel decadimento β^- un nucleo di un certo elemento di numero atomico Z si trasforma in un nucleo di numero atomico Z + 1 emettendo un elettrone e una particella detta antineutrino secondo lo schema

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}_{Z+1}^{\;\;A}Y + e^- + \bar{\nu}_e $$

Nel decadimento β^- si ha, fondamentalmente, la trasformazione di un neutrone in un protone (che rimane nel nucleo determinando, così, l'aumento di Z) e in un elettrone e un antineutrino, che vengono invece espulsi dal nucleo:

$$ {}^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{1}_{1}\mathrm{p} + \mathrm{e}^- + \bar{\nu}_e $$

Nel decadimento β^- un nucleo di numero atomico Z si trasforma in un altro nucleo di numero atomico Z - 1 emettendo un positrone e un'altra particella detta neutrino secondo lo schema

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}_{Z-1}^{\;\;A}Y + e^+ + \nu_e $$

Ciò che avviene, fondamentalmente, è la trasformazione di un protone in un neutrone (che, come nel caso precedente, rimane nel nucleo) e in un positrone e un neutrino, che vengono espulsi da esso:

$$ {}^{1}_{1}\mathrm{p} \rightarrow {}^{1}_{0}\mathrm{n} + \mathrm{e}^+ + \nu_e $$

La presenza del neutrino e dell'antineutrino nel decadimento β fu ipotizzata negli anni '30 per giustificare i valori dell'energia cinetica e della quantità di moto dell'elettrone o positrone emessi, inferiori a quelli previsti dai principi di conservazione. L'osservazione

sperimentale del neutrino, assai difficoltosa per via della sua debole interazione con la materia, è stata possibile solo negli anni ’50.

- Il decadimento γ avviene quando un nucleo eccitato decade in uno stato di minore energia, emettendo un fotone di frequenza $f = \frac{E' - E}{h}$. Essendo le energie nucleari molto più grandi di quelle atomiche, si ha che i fotoni emessi sono dotati di frequenza ed energia assai maggiore non solo dei fotoni emessi nelle transizioni elettroniche negli atomi, ma anche dei raggi X. Questi fotoni ad alta energia vengono chiamati raggi γ. Spesso il decadimento γ avviene a seguito di un altro tipo di decadimento nel quale il nucleo figlio viene prodotto in uno stato eccitato, come, ad esempio, nel seguente decadimento β:

$$^{14}_{6}C \;\rightarrow\; ^{14}_{7}N^{*} + e^{-} + \bar{\nu}_e$$

il nucleo di azoto è prodotto in uno stato eccitato. Successivamente esso decade nel suo stato fondamentale emettendo un fotone γ:

$$^{14}_{7}N^{*} \;\rightarrow\; ^{14}_{7}N + \gamma$$

Nel decadimento γ il nucleo figlio ha lo stesso numero atomico e lo stesso numero di massa del nucleo figlio.
Nello studio dei decadimenti radioattivi, è importante tenere conto di alcuni parametri, essi sono:

- l’attività R, cioè il numero di decadimenti al secondo; la sua unità di misura nel SI è il becquerel (Bq), pari proprio a 1 decadimento/s;
- il tempo di dimezzamento $T_{½}$, definito come il tempo che occorre affinché il numero di nuclei radioattivi inizialmente presenti si riduca alla metà;
- la costante di decadimento λ, il cui reciproco, detto vita media, rappresenta il tempo necessario affinché il numero di nuclei radioattivi diventi 1/e (cioè il 36,8%) del valore iniziale (e è il numero di Nepero).

Per meglio descrivere il significato dei parametri precedenti, consideriamo la legge sperimentale

$$N = N_0\, e^{-\lambda t}$$

la quale dà il numero N di nuclei presenti in funzione del tempo, a partire dal numero N_0 di nuclei presenti all'istante t = 0. Ponendo in questa legge t = $T_{½}$ e N = $N_0/2$, si ottiene la relazione tra tempo di dimezzamento e costante di decadimento:

$$T_{½} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda}$$

Per ciò che riguarda l'attività, si dimostra che essa è data dalla relazione R = λN, per cui essa varia secondo la relazione

$$R = \lambda N_0\, e^{-\lambda t} = R_0\, e^{-\lambda t}$$

$R_0 = \lambda N_0$ è l'attività iniziale.

6.3 Fissione e fusione nucleare

Si chiama fissione nucleare una particolare reazione nucleare indotta nella quale un nucleo, colpito da un neutrone in movimento, si scinde in due frammenti di massa inferiore, con emissione di 2-3 neutroni per ogni nucleo fissionato e con liberazione di grandi quantitativi di energia (circa 100 milioni di volte dell'energia liberata in una normale reazione chimica). I neutroni emessi nella fissione, a loro volta, possono fissionare altri nuclei generando così una reazione a catena tale da produrre enormi quantitativi di energia in tempi brevi, se la reazione non è controllata (bomba atomica), in modo graduale se essa è invece opportunamente controllata mediante sostanze in grado di assorbire parte dei neutroni emessi prima che possano fissionare altri nuclei (centrali nucleari).

La fissione nucleare fu scoperta nel 1939 dagli scienziati tedeschi Hahn, Meitner, Strassmann e Frisch, i quali notarono che un nucleo di uranio, dopo aver assorbito un neutrone, si scinde in due frammenti di massa inferiore. Ciò si verifica perché l'assorbimento del neutrone provoca vibrazioni e deformazioni del nucleo di uranio che impediscono alle forze nucleari attrattive di contrastare la repulsione elettrostatica tra i protoni; di conseguenza il nucleo si scinde in frammenti dotati di elevata energia cinetica. Tra le varie reazioni di fissione, analizziamo quella subita dall'isotopo dell'uranio $^{235}_{92}U$: la reazione inizia quando l'uranio-235 assorbe un neutrone cosiddetto termico, cioè dotato di energia non superiore a 0,04 eV (per energie maggiori la probabilità di

fissione dell'uranio-235 è molto minore); in questo modo si forma un nucleo instabile di uranio-236, che decade rapidamente in bario-141, cripton-92 e 3 neutroni:

$$ {}^{1}_{0}n + {}^{235}_{92}\mathrm{U} \rightarrow {}^{236}_{92}\mathrm{U} \rightarrow {}^{141}_{56}\mathrm{Ba} + {}^{92}_{36}\mathrm{Kr} + 3\,{}^{1}_{0}n $$

Un nucleo di uranio fissionato produce circa 200 MeV di energia.
Si chiama fusione nucleare quella reazione nucleare nella quale due nuclei di piccola massa si combinano in un singolo nucleo con liberazione di grandi quantitativi di energia. Ad esempio, i due isotopi dell'idrogeno deuterio e trizio possono fondersi formando elio secondo l'equazione:

$$ {}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} $$

L'energia prodotta può essere calcolata tenendo conto della differenza di massa fra i nuclei iniziali e i prodotti della fissione, essendo la massa del nucleo che si forma con la fusione minore della somma delle masse dei nuclei iniziali. Per innescare una reazione di fusione è necessario che i nuclei abbiano un'energia cinetica così grande da vincere la repulsione elettrostatica tra i protoni, e ciò può essere ottenuto solo a temperature di circa 10^7 K, nella quale la materia si trova allo stato di plasma. La fusione nucleare rappresenta la fonte di energia che alimenta le stelle: in esse l'idrogeno del nucleo, nel quale si raggiungono le temperature necessarie per innescare una reazione di fusione termonucleare, viene trasformato in elio secondo il ciclo protone-protone scoperto da Bethe: inizialmente due nuclei di idrogeno si fondono in un nucleo di deuterio che a sua volta, fondendosi con un altro nucleo di idrogeno, dà origine a un nucleo di elio-3, un isotopo più leggero dell'elio; infine due nuclei di elio-3, fondendosi, daranno origine a un nucleo di elio-4 e 2 nuclei di idrogeno, che potranno essere riutilizzati per un nuovo ciclo:

$$ {}^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{2}_{1}\mathrm{H} + \mathrm{e}^{+} + \nu_{\mathrm{e}} $$
$$ {}^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{3}_{2}\mathrm{He} + \gamma $$
$$ {}^{3}_{2}\mathrm{He} + {}^{3}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} $$

L'energia complessiva rilasciata è pari a 26,7 MeV.

6.4 Le forze fondamentali della natura

Nonostante la complessità dei fenomeni fisici, tutti i fenomeni esistenti in natura possono essere ricondotti a 4 tipi fondamentali di interazione, essi sono:

- l'interazione forte, legata all'interazione tra nucleoni e di raggio d'azione circa 10^{-15} m;
- l'interazione elettromagnetica, che si esercita tra le cariche elettriche, d'intensità circa 10^{-2} rispetto all'interazione forte e di raggio d'azione infinito;
- l'interazione debole, causa del decadimento β, d'intensità circa 10^{-6} rispetto all'interazione forte e di raggio d'azione circa 10^{-18} m;
- l'interazione gravitazionale, che riguarda tutti i corpi dotati di massa, d'intensità circa 10^{-43} rispetto all'interazione forte e di raggio d'azione infinito.

Recentemente è stato dimostrato che l'interazione elettromagnetica e quella debole hanno un'origine comune, per cui possono essere unificate in una sola interazione chiamata elettrodebole.

6.5 Particelle elementari

La ricerca dei mattoni fondamentali di cui è costituita la materia ha portato alla scoperta, nel corso del XX secolo, di alcune centinaia di particelle, la maggior parte delle quali estremamente instabili, con tempi di decadimento medi (vita media) che vanno da 10^{-6} s a 10^{-23} s. Queste particelle, chiamate genericamente particelle elementari, sono spesso prodotte dalla collisione di protoni o elettroni accelerati a velocità relativistiche contro bersagli costituiti da nuclei o altre particelle. Ogni particella elementare possiede un'antiparticella, cioè un corpuscolo di massa, vita media e spin uguali ma con caratteristiche intrinseche, come la carica elettrica, opposte; quando una particella collide con la sua antiparticella, esse subiscono un processo detto annichilazione, che porta alla loro totale scomparsa con produzione di due o più fotoni γ. La massa delle particelle elementari è misurata solitamente in MeV (1 MeV $\cong 1{,}78 \cdot 10^{-30}$ kg). In base al valore dello spin, le particelle elementari possono essere fermioni, se hanno spin semintero, oppure bosoni, se hanno spin intero. Notiamo che, a differenza dei fermioni, i bosoni non obbediscono al principio di esclusione di Pauli.

Le particelle elementari possono essere classificate in base al tipo d'interazione alle quali possono essere soggette. L'odierna classificazione è la seguente:

Leptoni, interagenti essenzialmente attraverso la forza nucleare debole, ma in grado di esercitare, se dotati di carica, forze elettromagnetiche. Sono noti 6 leptoni, più le 6 corrispondenti antiparticelle.

Leptoni

Particella	**Simbolo**		**Massa a riposo in MeV**	**Carica elettrica in unità e**		**Spin**	**Vita media in s**
	part	**antip**		**part**	**antip**		
Elettrone	e^-	e^+	0,511	-1	+1	½	Stabile
Muone	μ^-	μ^+	105,6	-1	+1	½	$2{,}2 \cdot 10^{-6}$
Tauone	τ^-	τ^+	1780	-1	+1	½	$3{,}0 \cdot 10^{-13}$
Neutrino elettronico	ν_e	$\bar{\nu}_e$	$5 \cdot 10^{-7}$	0	0	½	Stabile
Neutrino muonico	ν_μ	$\bar{\nu}_\mu$	< 0,15	0	0	½	Stabile
Neutrino tauonico	ν_τ	$\bar{\nu}_\tau$	< 25	0	0	½	Stabile

I leptoni, non avendo una struttura interna, sono particelle elementari nel vero senso del termine. Avendo tutti spin semintero, i leptoni sono fermioni.

Dell'elettrone, scoperto nel 1897 da J. J. Thomson, conosciamo già tutte le proprietà.

Il muone fu scoperto nel 1937 da Anderson e Neddermeyer ed ha massa circa 237 volte quella dell'elettrone. Più recente la scoperta del tauone, che risale al 1977 ad opera di Perl.

Il neutrino elettronico, come già detto, fu introdotto teoricamente da Pauli nel 1930 e successivamente da Fermi nel 1933 per giustificare la conservazione dell'energia e della quantità di moto nel decadimento β. L'osservazione sperimentale del neutrino fu fatta solo nel 1956 a causa della sua debole interazione con la materia: infatti un neutrino può

attraversare spazi immensi, paragonabili alle dimensioni di una galassia, senza interagire con essa. Per molti anni si è pensato che il neutrino fosse privo di massa, successivamente si è constatato che i neutrini hanno una sia pur piccola massa. I neutrini muonici e tauonici furono scoperti come prodotto del decadimento del muone e del tauone. I neutrini, essendo prodotti in quantità enormi nelle stelle, sono le particelle più diffuse nell'universo. Una loro particolare proprietà, ipotizzata da Pontecorvo nel 1957, è l'oscillazione neutrinica: essa consiste nella trasformazione di neutrini, per esempio elettronici, in neutrini di altro tipo, questa ipotesi trova conferma sperimentale nel fatto che i neutrini elettronici provenienti dal Sole sono solo 1/3 di quelli previsti, e ciò può essere spiegato ammettendo che nel loro viaggio i neutrini possano cambiare identità.
Il positrone, antiparticella dell'elettrone, fu scoperto da Anderson nel 1932 e fu la prima antiparticella ad essere scoperta. Nell'annichilazione elettrone - positrone si producono due fotoni γ.
Adroni, che interagiscono sia mediante l'interazione forte (interazione adrone - adrone) che quella debole (interazione adrone - leptone), ma che risentono anche, se dotati di carica, dell'interazione elettromagnetica e, sia pur impercettibilmente, di quella gravitazionale. Essi sono divisi convenzionalmente in mesoni, aventi spin nullo o intero, e barioni, aventi spin semintero. Dei mesoni fanno parte il pione, il kaone e la particella eta, mentre dei barioni fanno parte, fra gli altri, il protone e il neutrone.

Principali mesoni

Particella	Simbolo		Massa a riposo in MeV	Carica elettrica in unità e		Spin	Vita media in s
	part	antip		part	antip		
Pione	π^+	π^-	139,6	+1	-1	0	$2,6 \cdot 10^{-8}$
	π^0	π^0	135,0	0	0	0	$8,4 \cdot 10^{-17}$
Kaone	K^+	K^-	493,6	+1	-1	0	$1,2 \cdot 10^{-8}$
	K_S^0	$\overline{K}_S^0$	497,7	0	0	0	$9,0 \cdot 10^{-11}$
	K_L^0	$\overline{K}_L^0$	497,7	0	0	0	$5,2 \cdot 10^{-8}$
Eta	η^0	η^0	547,8	0	0	0	$6,7 \cdot 10^{-19}$

Principali barioni

Particella	Simbolo		Massa a riposo in MeV	Carica elettrica in unità e		Spin	Vita media in s
	part	antip		part	antip		
Protone	p	$\overline{p}$	938,3	+1	-1	½	Stabile
Neutrone	n	$\overline{n}$	939,6	0	0	½	932
Lambda	Λ^0	$\overline{\Lambda}^0$	1115,6	0	0	½	$2,6 \cdot 10^{-10}$
Sigma	Σ^+	$\overline{\Sigma}^-$	1189,4	+1	-1	½	$8,0 \cdot 10^{-11}$
	Σ^0	$\overline{\Sigma}^0$	1192,5	0	0	½	$6,8 \cdot 10^{-20}$
	Σ^-	$\overline{\Sigma}^+$	1197,3	-1	+1	½	$1,5 \cdot 10^{-10}$
Xi	Ξ^0	$\overline{\Xi}^0$	1314,9	0	0	½	$2,9 \cdot 10^{-10}$
	Ξ^-	Ξ^+	1321,3	-1	+1	½	$1,7 \cdot 10^{-10}$
Omega	Ω^-	Ω^+	1672,4	-1	+1	½	$8,2 \cdot 10^{-11}$

Oggi si sa che gli adroni hanno una struttura interna, essendo composti da particelle più piccole chiamate quark : più precisamente, i barioni sono composti da 3 quark, mentre i mesoni da 2. Tenendo conto di ciò, gli adroni non vanno più considerati come particelle elementari nel vero senso del termine.

Osserviamo che la vita media del protone e del neutrone indicata in tabelle è quella che i nucleoni possiedono quando sono al di fuori del nucleo dell'atomo. Le particelle lambda, sigma, xi e omega sono anche chiamate iperoni, in quanto possiedono massa maggiore dei nucleoni. Gli iperoni e i mesoni K furono chiamati al momento della scoperta, avvenuta tra il 1949 e il 1964, particelle "strane", il quanto il loro comportamento risultava anomalo rispetto a quello delle particelle conosciute.

Bosoni intermedi mediatori. Per capire il ruolo di queste particelle, è necessario rifarsi alla teoria dei campi quantizzati, secondo la quale le 4 interazioni fondamentali avvengono attraverso lo scambio di specifiche particelle virtuali. Il motivo per cui queste particelle sono considerate virtuali sta nella loro breve esistenza, pari alla durata, di solito molto piccola, dell'interazione. Le particelle mediatrici previste dalla teoria sono:

- il fotone per l'interazione elettromagnetica;
- i bosoni W^+, W^- e Z^0 (detti anche deboloni) per l'interazione debole;
- il gluone per l'interazione forte tra quark e il pione per l'interazione forte tra nucleoni;
- il gravitone per l'interazione gravitazionale.

Con l'eccezione dei gluoni, che oltre a mediare l'interazione forte ne risentono essi stessi della sua azione, i bosoni mediatori non interagiscono tra loro.

Bosoni intermedi mediatori

Particella	**Simbolo**		**Massa a riposo in MeV**	**Carica elettrica in unità e**		**Spin**	**Vita media in s**
	part	**antip**		**part**	**antip**		
Fotone	γ	γ	0	0	0	1	Stabile
Bosone W	W^+	W^-	$80,3 \cdot 10^3$	+1	-1	1	$3 \cdot 10^{-25}$
Bosone Z	Z^0	Z^0	$91,2 \cdot 10^3$	0	0	1	$3 \cdot 10^{-25}$
Gluone	g	g	0	0	0	1	Stabile
Gravitone	G	G	0	0	0	2	Stabile

Per l'elettrodinamica quantistica, quindi, l'interazione tra cariche elettriche, per esempio 2 elettroni avviene mediante uno scambio di fotoni virtuali, i quali, a differenza dei fotoni della radiazione elettromagnetica, non possono apparire allo stato libero. ciò può essere visualizzato mediante un opportuno diagramma detto diagramma di Feynman.

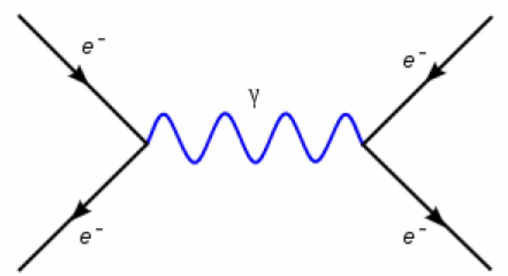


Diagramma di Feynman relativo alla repulsione di due elettroni. Scambiandosi un fotone, i due elettroni sono costretti a modificare la velocità e la direzione del moto.

Analogo meccanismo regola l'interazione debole e l'interazione forte tra nucleoni, mentre più complesso è il meccanismo che regola l'interazione forte tra quark. C'è da osservare, comunque, che sia per i mediatori dell'interazione debole che per i gluoni esistono prove sperimentali a sostegno della loro esistenza. In particolare, le particelle W^+, W^- e Z^0 sono state osservate sperimentalmente nel 1983 da un gruppo di ricercatori diretti dall'italiano Carlo Rubbia. Invece per il gravitone, al momento, non esistono conferme sperimentali circa la sua esistenza, quindi per il momento non può essere considerato una particella realmente esistente.

6.6 I quark

Come già detto, gli adroni sono composti da particelle ancora più piccole chiamate quark. I quark vennero introdotti, indipendentemente, da Gell-Mann e da Zweig. Inizialmente furono introdotti tre tipi di quark: il quark "u" (up), il quark "d" (down) e il quark "s" (strange). Successivamente, a seguito della scoperta di nuovi mesoni, furono introdotti altri tre tipi di quark: il quark "c" (charm), il quark "b" (bottom o beauty) e il quark "t" (top o truth). A questi 6 quark, inoltre, vanno aggiunti i rispettivi antiquark. I diversi tipi di quark vengono

chiamati sapori. I quark sono tutti fermioni in quanto aventi spin ½; una loro importante particolarità è quella di possedere una carica frazionaria rispetto a quella dell'elettrone. Un'altra caratteristica dei quark è quella di possedere una particolare proprietà, detta colore, introdotta per accordare il modello a quark di un adrone col principio di esclusione di Pauli. Si riconoscono per ogni quark tre diversi colori: blu, verde e rosso, mentre per gli antiquark si hanno l'antiblu, l'antiverde e l'antirosso.

Quark e antiquark

Quark	**Simbolo**		**Massa a riposo in MeV**	**Carica elettrica in unità e**		**Spin**
	part	**antip**		**part**	**antip**	
Up	u	$\bar{u}$	360	+2/3	-2/3	1/2
Down	d	$\bar{d}$	360	-1/3	+1/3	1/2
Strange	s	$\bar{s}$	540	-1/3	+1/3	1/2
Charm	c	$\bar{c}$	1500	+2/3	-2/3	1/2
Bottom	b	$\bar{b}$	5000	-1/3	+1/3	1/2
Top	t	$\bar{t}$	170 000	+2/3	-2/3	1/2

I quark non esistono mai allo stato libero, ma sono confinati all'interno dell'adrone di cui fanno parte; interagiscono tra loro mediante l'interazione forte, che è mediata da 8 tipi diversi di gluone ed è descritta da una teoria detta cromodinamica quantistica. Quando due quark si scambiano un gluone, il loro colore cambia a seconda del tipo di gluone scambiato. Tutti i barioni sono formati dalla combinazione di 3 quark, di diverso colore e tali, pertanto, da dare come risultante il bianco, mentre i mesoni sono formati dalla combinazione di un quark di un certo colore con un antiquark del corrispondente anticolore.

Particella	**Composizione dei quark**
Mesoni	
π^+	$u\bar{d}$
π^0	$d\bar{d}$
π^-	$\bar{u}d$
K^+	$u\bar{s}$
K^0	$\bar{u}s$
K^-	$d\bar{s}$
Barioni	
p	uud
n	udd
Λ^0	uds
Σ^+	uus
Σ^0	uds
Σ^-	dds
Ξ^0	uss
Ξ^-	dss
Ω^-	sss

L'interazione tra nucleoni può essere pensata come un residuo dell'interazione tra quark ed è mediata dai mesoni π^+, π^- e π^0.

6.7 Modello standard

Per modello standard si intende il quadro teorico che descrive tutta la materia e le forze con cui le particelle interagiscono. Di questo modello fanno parte i leptoni e i quark, suddivisi in tre generazioni, in base all'epoca della loro scoperta, le loro antiparticelle, nonché i bosoni mediatori di campo. Il modello è completato dall'elettrodinamica e dalla cromodinamica quantistica e dalla teoria elettrodebole, secondo la quale, ad alte energie, l'interazione elettromagnetica e quella debole sono unificate.

	1ª generazione	2ª generazione	3ª generazione
Quark	Up	Charm	Top
	Down	Strange	Bottom
Leptoni	Neutrino elettronico	Neutrino muonico	Neutrino tauonico
	Elettrone	Muone	Tau

Bosoni mediatori di campo		
Fotone γ	Bosoni W^+, W^-, Z^0	8 gluoni

Il modello standard prevede inoltre la presenza di un particolare bosone, detto bosone di Higgs in onore del fisico britannico che, nel 1964, ne predisse l'esistenza. Secondo la teoria, questo bosone, avente spin nullo, è la particella mediatrice del campo di Higgs, che permea tutto l'universo conferendo massa a tutte le altre particelle e quindi, in definitiva, a tutta la materia. Recenti osservazioni, conclusesi nel luglio 2012, hanno confermato l'esistenza di una particella compatibile con le previsioni teoriche, anche se per affermare che questa particella è proprio il bosone di Higgs occorrono ulteriori verifiche sperimentali. La massa di questa particella si aggira attorno ai 125 - 126 GeV.

Notiamo che non fa parte del modello standard la forza gravitazionale, ciò perché da un lato questa forza è trascurabile nel mondo delle particelle, dall'altro perché non esiste ancora una teoria quantistica soddisfacente in cui inserirla. Ciò rende il modello standard tuttora incompleto e certamente non definitivo. A tal proposito, una possibile evoluzione del modello standard consiste nel riconoscere che, ad altissime energie, le 4 interazioni fondamentali siano riconducibili ad un'unica forza. Le attuali evidenze sperimentali hanno confermato che, per energie superiori a circa 10^2 GeV, l'interazione elettromagnetica e quella debole diventano indistinguibili, dando origine a un'unica interazione detta elettrodebole. La teoria elettrodebole, come già detto, fa pertanto parte del modello standard. Una teoria chiamata teoria della grande unificazione (GUT) prevede che, per energie superiori a circa 10^{15} GeV, l'interazione forte e quella elettrodebole diventino un'unica

forza, detta forza elettronucleare. Questa teoria prevede l'esistenza di altri 2 bosoni mediatori di campo (X e Y). Una teoria ancora più spinta è la cosiddetta teoria del tutto: in base a essa, anche le forze gravitazionali, per energie superiori a circa 10^{19} GeV, vanno unificate alle altre forze fondamentali, dando origine quindi a una sola interazione fondamentale. Le energie previste dalla GUT e dalla teoria del tutto sono, tuttavia, molto più grandi di quelle attualmente raggiungibili negli acceleratori di particelle, per cui allo stato attuale non è prevedibile una conferma sperimentale di queste teorie.

Approfondimenti

Decadimento radioattivo, simulazione
http://www.openfisica.com/fisica/simulazioni/decadimento/decadimento_solo.php
Cos'è la radioattività, video GeoScienza
http://www.youtube.com/watch?v=wAVzKoAt0ME
Radioattività, cosa è e come si misura
http://www.youtube.com/watch?v=J3-6ISmFS4o
Marie Curie e la scoperta della relatività, video di Giuseppe Bruzzaniti
http://www.youtube.com/watch?v=HTeX9xPw1hw
Biografia di Max Planck
http://www.youtube.com/watch?v=hR-B2008OSA

Indice delle immagini Creative Commons utilizzate

Domini di Weiss*
http://it.wikipedia.org/wiki/File:Dominios.png
Applicazioni del solenoide*
http://it.wikipedia.org/wiki/File:Electronic_component_transformers.jpg
Rappresentazione del campo magnetico indotto dall'induttore sottoposto a corrente elettrica*
http://it.wikipedia.org/wiki/File:Basic_Inductor_with_B-field.svg
Circuito RLC in serie con generatore costante*
http://it.wikipedia.org/wiki/File:RLC_serie.PNG
Circuito RLC in serie: resistore, induttore, capacitore*
http://en.wikipedia.org/wiki/File:RLC_series.png
Interferometro di Michelson*
http://it.wikipedia.org/wiki/File:Interferometro-Michelson.png
Apparato sperimentale di Lenard*
http://it.wikipedia.org/wiki/File:Apparato_lenard.jpg
Compton Scattering Data*
http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/Hbase/quantum/compdat.html
Dualismo onda corpuscolo*
http://en.wikipedia.org/wiki/File:Qm_template_pic_4.svg
Spazio con curvatura*
http://it.wikipedia.org/wiki/File:End_of_universe.jpg